Friedrich-Schiller-Universität Jena
Fakultät für Sozial- und Verhaltenswissenschaften
Institut für Erziehungswissenschaften

Mathematische Kompetenzermittlung am Ende der Grundschulzeit.
Eine empirische Untersuchung an drei Fallbeispielen

Magisterarbeit zur Erlangung des akademischen Grades

MAGISTRA ARTIUM (M.A.)

vorgelegt von Jessica Ehnes

geboren am 03.12.1982 in Erfurt

Erstgutachterin: Prof. Dr. Tina Seidel

Zweitgutachterin: Dr. Katharina Schwindt

Erfurt, den 09.09.2008

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Ermittlung mathematischer Kompetenzen am Ende der Grundschulzeit. So soll einerseits geklärt werden, wie mathematische Kompetenzen, im Sinne der als verbindlich geltenden Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, definiert werden. Andererseits sollen quantitative und qualitative Testverfahren zur mathematischen Kompetenzermittlung vorgestellt und an drei Probanden angewendet werden. Abschließend wird es einen Vergleich hinsichtlich der Testqualität und Aussagefähigkeit bezogen auf den Anspruch der Kompetenzermittlung geben.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

Bis in die 1990er Jahre hinein galt das Hauptinteresse schulischer Bildungsforschung der Bildungsplanung (Input-Orientierung). Im öffentlichen Interesse stand lange Zeit weniger der Unterricht als solcher im Mittelpunkt, als viel mehr die Diskussionen um Schulorganisation (Klassengröße, Angebot von Ganztagsschulen oder Ähnliches) und Schulinvestition. Über viele Jahrzehnte hinweg verhielt sich die Bundesrepublik Deutschland hinsichtlich vergleichender Schulleistungsstudien aus diesen Gründen abstinent. Weder die ehemalige Deutsche Demokratische Republik noch die frühere Bundesrepublik Deutschland beteiligten sich an den systematischen Untersuchungen von Erträgen institutionalisierter schulischer Bildungsprozesse, die regelmäßig von der **I**nternational Association for the **E**valuation of Educational **A**chievement (IEA)[1] in vielen Schulfächern und zahlreichen Ländern durchgeführt wurden.

Erst die Veröffentlichung der Ergebnisse von der **T**hird **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy (TIMSS) im Jahre 1997 führte zu einer abrupten Veränderung des bildungspolitischen, pädagogischen und öffentlichen Interesses. Man sprach sogar von einer empirischen Wende in den Erziehungswissenschaften. Die zum Ende der Primarstufe sowie Sekundarstufe I und II durchgeführte internationale Leistungsstudie untersuchte die Kenntnisse und Fähigkeiten im mathematischen und naturwissenschaftlichen Bereich.[2] Dabei lagen die Mathematikleistungen deutscher Schüler unter den durchschnittlichen erbrachten Leistungen der meisten west-, nord- und osteuropäischen Nachbarstaaten. Innerhalb der gleichen Schulart sowie zwischen verschiedenen Bundesländern wurden große Leistungsunterschiede aufgedeckt. Große Defizite gab es vor allem bei der Anwendung mathematischer Kenntnisse auf alltagsnahe Probleme. Die Leistungen am Ende der 8. Jahrgangsstufe wiesen zum Teil einen Rückstand von einem ganzen Schuljahr im Vergleich zu anderen europäischen Ländern auf. Insgesamt blieben die Schulleistungen deutscher Schüler weit hinter denen vergleichbarer Länder zurück und konnten damit „nur“ einen Durchschnittsplatz auf einer Gesamtskala erreichen (Köller/Baumert/Bos 2001; Weinert 2001).

[1] Die IEA ist eine internationale Vereinigung von Wissenschaftlern und Ministerienvertretern der teilnehmenden Länder, die seit Ende der fünfziger Jahre regelmäßig internationale Vergleichsdaten zu spezifischen Unterrichtsfächern bei unterschiedlichen Alterskohorten erhebt und analysiert.

[2] In Deutschland wurden die Populationen der Sekundarstufe I und II, jedoch nicht die der Grundschule untersucht.

Dem großen Schock folgten umfangreiche, kontinuierlich anhaltende Debatten über die Wirksamkeit von Schule. Mit dem vom Kultusministerium herausgegebenen Konstanzer Beschluss vom Oktober 1997 erfolgte eine Festlegung, das deutsche Schulsystem im Rahmen wissenschaftlicher Untersuchungen international vergleichen zu lassen. Ziel war es auf regionaler, nationaler und internationaler Ebene Schulleistungsstudien hinsichtlich des schulischen Output zu initiieren und die daraus gewonnen Informationen als Datenquelle für die Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung von Schule und Unterricht mit entsprechenden Reformmaßnahmen im Bildungssystem zu nutzen.

Den vorläufigen Höhepunkt dieser Entwicklungen stellte das **P**rogramme for **I**nternational **S**tudent **A**ssessment (PISA) dar. 33 Staaten, vorrangig industrialisierte Länder der OECD, aber auch einige Schwellenländer wie Brasilien und Mexiko, stellten sich in den Jahren 2000, 2003 und 2006 dem internationalen Vergleich der Leistungsfähigkeit ihrer Bildungssysteme. Ziel war es, die Qualität der erworbenen *Kompetenzen* in den Bereichen Lesen, Mathematik und Naturwissenschaften am Ende der Pflichtschulzeit (Altersjahrgang der 15-jährigen Schülerinnen und Schüler) im internationalen Kontext zu beschreiben.[3] Zusätzlich wurden aber auch außer- und überfachliche Kompetenzen sowie soziodemographische, familien- und schulbezogene Merkmale erhoben.

Die im Rahmen von PISA durchgeführten Untersuchungen zur mathematischen Kompetenz folgten dem Begriff der „Mathematical Literacy“, welche sich an das Modell des holländischen Mathematikdidaktikers Hans Freudenthal (1905-1990) anlehnen. Er geht von einem realistischen, an der Wirklichkeit orientierten Mathematikunterricht aus, in dem mathematische Kenntnisse funktional flexibel und mit Einsicht angewendet werden. Das PISA-Konzept der mathematischen Grundbildung besteht nun darin, ein Verständnis der Rolle zu entwickeln, „(...) die Mathematik in der sozialen, kulturellen und technischen Welt spielt und Sachverhalte unter mathematischen Gesichtspunkten angemessen zu beurteilen“ (Baumert u.a. 2001, S. 294).

Das erneut im internationalen Vergleich enttäuschende Abschneiden deutscher Jugendlicher im mathematischen Bereich, die Leistungen lagen im unteren

[3] Die Themen waren in den drei Untersuchungswellen wir folgt gewichtet:
2000: **50% Lesen**, 25% Mathematik, 25% Naturwissenschaft
2003: 25% Lesen, **50% Mathematik**, 25% Naturwissenschaft
2006: 25% Lesen, 25% Mathematik, **50% Naturwissenschaft**

Mittelfeld, stand ein weiteres Mal unter großer Beachtung der Öffentlichkeit. Letztendlich lieferten diese Ergebnisse von PISA den Anlass für eine landesübergreifende bildungspolitische Reform. Mit den von der Kultusministerkonferenz beschlossenen Bildungsstandards soll eine gemeinsame und verbindliche Richtlinie für das, was das Bildungssystem in der Bundesrepublik erreichen soll, vorgegeben werden (Output-Orientierung).[4]

Anknüpfend an diese Entwicklungen der letzten Jahre möchte ich mich im Rahmen dieser Arbeit mit der mathematischen Kompetenzermittlung am Ende der Grundschulzeit mit Blick auf die entsprechenden von der Kultusministerkonferenz beschlossenen Bildungsstandards befassen.

[4] Am 04.12.2003 wurden die ersten bundesweit geltenden Bildungsstandards für den mittleren Abschluss in den Fächern Deutsch, Mathematik und erste Fremdsprache (Englisch/Französisch) beschlossen. Es folgten Entwürfe für Naturwissenschaften, sowie Standards für den Hauptschulabschluss und Standards für Deutsch und Mathematik in der Grundschule.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Abstraktionsstufen mathematischen Lernens

Wir verwenden Zahlen zum Zählen, Ordnen oder Messen von Objekten um mit ihrer Hilfe Aussagen über eine Mächtigkeit von Mengen machen und somit eine Vorstellung von Größen vermitteln zu können. Um Zahlen wahrzunehmen und sich über sie bzw. mit ihnen zu verständigen, benutzen wir zehn Zahlzeichen in verschiedenen Folgen, die arabischen Ziffern 0 bis 9, sowie die entsprechenden Zahlwörter.
Die ersten Ursprünge des Umgangs mit Zahlen reichen bis ins 3. Jahrtausend vor Christus zurück. Die Kulturen der Ägypter und Babylonier beschäftigten sich damals bereits mit mathematischen Fragen unter der Zuhilfenahme der Hieroglyphen-Zahlschrift und dem Abakus als Rechen- bzw. Darstellungshilfe von Zahlen. Für den modernen Rechenunterricht war vor allem das Wirken Johann Heinrich Pestalozzis (1746-1827) von großer Bedeutung. In seinem Unterricht dienten konkrete Zähl- und Rechenobjekte als Anschauungsmittel für die Entwicklung des Zahlbegriffs und dem Verständnis im Umgang mit den Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Unter den aktuelleren Ansätzen des Mathematikunterrichts erscheint 1955 der Begriff „Neue Mathematik", der eine Neuorientierung weg von „(...) drillmässig geübten Operationen und Rechenverfahren und die Hinwendung zur Einsicht in mathematische Beziehungen" (Lobeck 1996, S. 51), gestützt auf die Werke von Jean Piaget (1896-1980) offenbart.

Inhaltliche Aufgabe des heutigen Mathematikunterrichts ist es, in den vier Jahren Grundschulzeit Kinder mit natürlichen Zahlen vertraut zu machen, so dass diese inhaltlich verstanden und mittels der vier Grundrechenarten rechnerisch, auf einer mathematisch logischen Ebene, verknüpft werden. Dazu gehört ferner auch der Zweig der Mathematik, der sich mit den Gebilden der Ebene und des Raumes befasst (Geometrie), die mathematische Verbindung mit Größen (Gewichte, Längenangaben und Volumina), sowie der alltagspraktische Umgang mit der Uhrzeit und Geld.

Im folgenden möchte ich nun die hierarchisch aufeinander aufbauenden Abstraktionsstufen mathematischen Lernens näher betrachten.

2.1.1 Pränumerischer Bereich

Bereits in den frühen Lebensjahren machen Kinder ihre ersten Erfahrungen mit der Bedeutung und Verwendung von Zahlen in spielerischer Form. Dabei spielen kognitive Fähigkeiten für die Herausbildung des Kardinalzahlbegriffs eine wesentliche Rolle. Diese individuelle Entwicklung verläuft bei Kindern jedoch unterschiedlich schnell und mit Abweichungen in Art und Stärke der jeweiligen kognitiven Ausprägung. Aus diesem Grund liegt die Schwierigkeit und Komplexität zu Beginn des Mathematikunterrichts in der notwendigen Kompensation der unterschiedlichen mathematischen Vorerfahrungen, welche das Ziel verfolgen muss, eine gemeinsame Lernbasis für die Entwicklung des kardinalen Zahlbegriffs in einer Schulklasse zu erarbeiten. Eine zentrale und wichtige Grundlage bilden hierbei das Verständnis der Klassifikation sowie der Invarianz von Größen und Mengen und das Beherrschen des Mengenvergleichs durch die Eins-zu-Eins-Zuordnung (Hasemann 2007).

2.1.1.1 Klassifikation

Eine Zahl liefert Informationen über die Menge bzw. Anzahl einer bestimmten Sache. Die Zahl 5 beispielsweise gibt an, dass fünf Dinge vorliegen, die irgendeine Gemeinsamkeit vorweisen, so dass es sinnvoll ist, sie als „5“ zu einer Gesamtheit zusammenzufassen. Klassifizieren bezeichnet also die Fähigkeit, verschiedene Objekte aufgrund ihrer gemeinsamen Merkmale zusammenzufassen und somit Klassen- oder Gruppenzusammengehörigkeiten sicher als solche zu erkennen. Verschiedene Objekte werden hinsichtlich übereinstimmender und unterschiedlicher Merkmale betrachtet, um schlussfolgernd die Merkmale als Gemeinsamkeiten und Unterschiede verbalisieren zu können. Diese Fähigkeit ist zunächst an qualitativen Eigenschaften der Gegenstände, wie z.B. Farbe, Form oder Funktion bei Kindern zu beobachten. Erst später sind auch quantitative Merkmale, wie Länge, Inhalt oder Anzahl von Bedeutung.
Die einfache Klassifikation berücksichtigt hierbei nur ein gemeinsames Objektmerkmal, z.B. die Farbe, wohingegen bei der multiplen Klassifikation mindestens zwei Objekteigenschaften zugleich, Grundlage für eine Klasse bilden, z.B. die Farbe und die Form (Maier 1990; Gaidoschik 2003; Hasemann 2007).

2.1.1.2 Einsicht in Invarianz von Größen und Mengen

Der Schweizer Psychologe Jean Piaget hat sich in zahlreichen empirischen Untersuchungen mit dem Prinzip der Erhaltung der Quantitäten bei nur qualitativen Veränderungen, der Lage oder Form beispielsweise, beschäftigt. Diese Konstanz nennt er Invarianz und wird von ihm als unverzichtbare Grundlage für die Entwicklung eines Zahlbegriffes erklärt (Piaget/Szemniska 1975).
Bekommt ein Kind zwei parallel angeordnete Reihen mit gleich vielen Würfeln vorgelegt, wie in nachstehender Abbildung dargestellt, kann es auf die Frage, in welcher Reihe denn mehr bzw. weniger Würfel seien, durch Abzählen, eine Eins-zu-Eins-Zuordnung oder einfach durch bloßes Sehen erkennen, dass gleich viele Würfel in beiden Reihen vorhanden sind.[5]

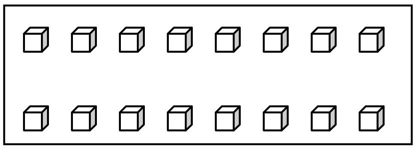


Abb. 1: Parallele Anordnung zweier Reihen

Die 2. Reihe wird nun vor den Augen des Kindes auseinandergezogen indem sich der Abstand zwischen den Würfeln vergrößert, so dass die Reihe trotz gleicher Anzahl länger als die andere ist (Abb. 2).

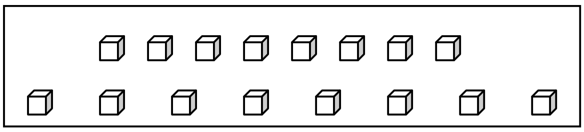


Abb. 2: Lageveränderung

Kinder bis etwa 5 Jahre werden auf die Frage, ob denn in beiden Reihen immer noch gleich viele Würfel seien, antworten, dass in der auseinandergezogenen Reihe mehr Würfel sind. Sie urteilen bezüglich der Menge variant. Erst ab einem Alter von 6 Jahren, also kurz vor Schuleintritt, erkennen Kinder, dass eine Lageveränderung von Objekten keinen Einfluss auf die Anzahl der Elemente in einer Menge hat. Dafür muss verstanden sein, dass „ (...) sich jegliche Art von Quantität nur durch quantitative Vermehrung bzw. Verminderung verändern lässt und nicht durch

[5] Das inhaltliche Verständnis der Begriffe „mehr“, „weniger“ und „gleich viel“ muss für diese Feststellung vorliegen.

qualitative Veränderungen im Erscheinungsbild ihrer Repräsentanten. Dann und nur dann ist die Invarianz der Quantität erfasst“ (Maier 1990, S. 59).

2.1.1.3 Eins-zu-Eins-Zuordnung

Voraussetzung für die Bewertung von Mengen im Sinne von „mehr – weniger - gleich viel“, sowie für das sinnvolle Zählen ist eine Eins-zu-Eins-Zuordnung. Der quantitative Vergleich von endlichen Mengen erfolgt über das eindeutige Zuordnen der Elemente der Menge A zu den Elementen der Menge B, indem jedem Element von A genau ein Element von B zugeordnet wird und jedes Element von B genau einmal als zugeordnetes Element vorkommt. Dies kann durch Verbinden der Objektpaare, wie es in Abbildung 3 dargestellt ist, oder durch ein zueinander Bewegen der Objekte verdeutlicht werden (Padberg 1992 und 1997).

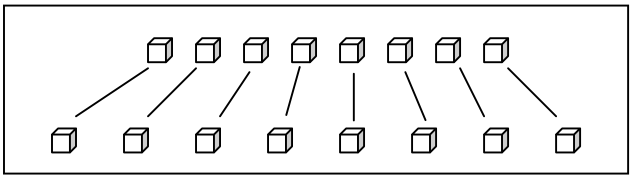


Abb. 3: Eins-zu-Eins-Zurodnung

Während beim (Ab-)Zählen sprachliche Komponenten, das Wissen der Zahlwortreihe und die Möglichkeit der Zahlnamenreproduktion als notwendige Grundlage angesehen werden muss, ist die Kenntnis des Zählens beim paarweise Zuordnen zwischen den Elementen zweier Mengen nicht (zwangsläufig) erforderlich.

2.1.2 Zählen

Der Entwicklung des Zählens wurde in der Psychologie lange Zeit kaum Interesse entgegengebracht und eher als untergeordnet und bedeutungslos betrachtet. Beruhend auf Piagets Untersuchungen zur Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde, schien man das Zählen „(...) als einen rein verbalen Mechanismus zu betrachten, der ohne das geringste Verständnis für die ihm zugrunde liegenden begrifflichen Konzepte abläuft und daher für den Aufbau des Zahlbegriffs bedeutungslos sei“ (Maier 1990, S. 101). Erst seit den 80er Jahren konnte in zahlreichen Studien das Zählen als

grundlegende Voraussetzung zum Aufbau numerischer Konzepte und somit als Voraussetzung zum Rechnenlernen nachgewiesen werden (Moser Opitz 2001).
Für die Entwicklung der Zählkompetenz ist die Unterscheidung von drei verschiedenen Elementen des Zählaktes von Bedeutung, die sowohl kognitive, als auch motorische und verbale Fähigkeiten abverlangen: das Zählen als Sequenz, das Zählen von Objekten und das kardinale Verständnis des Zählaktes.

2.1.2.1 Zahlwortreihe als Sequenz

Der Erwerb der Zahlwortreihe beginnt nach Fuson (1988) bereits im Alter ab zwei Jahren durch die Nachahmung Älterer und das Auswendiglernen der Zahlnamen. Die Folge von Zahlnamen wird hierbei aber zunächst als „Zählgedicht oder Zähllied" rezitiert. Während dieser ersten Phase wird eine stabile, korrekte Zahlwortfolge beherrscht. „Dabei werden die Zahlwörter zum Teil noch nicht voneinander unterschieden. Vier – fünf – sechs kann z.B. als eine immer wieder vorkommende Einheit betrachtet werden. Die Elemente werden nicht gezählt, und die Zahlwörter haben keine kardinale Bedeutung" (Moser Opitz 2001, S. 86). Anschließend folgt eine ebenfalls stabile, jedoch nicht korrekte Folge von Zahlwörtern, die durch das Auslassen von einigen Zahlwörtern gekennzeichnet ist (z.B. 6, 8, 9). Am Ende steht dann schließlich eine Folge von Zahlwörtern, die bei jedem Aufsagen der Zahlwortreihe bzw. bei jedem Zählversuch unterschiedlich sein kann und somit nicht stabil ist (z.B. 14, 16, 13, 5 im ersten Versuch und 12, 15, 16, 13 im zweiten Versuch) (Padberg 1992).

2.1.2.2 Zählen von Objekten

Kinder beginnen ab einem Alter von 3½ Jahren die bereits erlernte Zahlwortreihe mit dem Zählen von Objekten in Verbindung zu bringen. Voraussetzung hierfür ist das Beherrschen der Eins-zu-Eins-Zuordnung und der sichere Umgang mit den Zahlwörtern in korrekter Reihenfolge.

Nach Gelman/Gallistel lassen sich für den komplexen Vorgang des Zählens von Objekten folgende fünf Prinzipien formulieren, die die Zählentwicklung maßgebend bestimmen. Die ersten drei beziehen sich auf das wie und die letzten beiden auf das was gezählt werden kann (nach Hasemann, S.5) :

1. Das Eindeutigkeitsprinzip
   Jedem der zu zählenden Objekte wird genau ein Zahlwort zugeordnet.
2. Das Prinzip der stabilen Ordnung
   Die Reihe der Zahlwörter hat eine feste Reihenfolge.
3. Das Kardinalzahlprinzip
   Das zuletzt genannte Zahlwort gibt die Anzahl der Objekte in einer Menge an.
4. Das Abstraktionsprinzip
   Es kann jede beliebige Menge ausgezählt werden, d. h. es kommt nicht darauf an, welcher Art die Objekte sind, die gezählt werden.
5. Das Prinzip von der Irrelevanz der Anordnung
   Die jeweilige Anordnung der zu zählenden Objekte ist für das Zählergebnis nicht von Bedeutung.

2.1.2.3 Kardinale Bedeutung und Zählen

Der Erwerb des kardinalen Verständnisses ist, wie vorhergehend beschrieben und in Abbildung 4 noch ein mal verdeutlicht, ein komplexer Prozess von Teilfertigkeiten und –fähigkeiten. Die Einsicht in das Kardinalzahlprinzip beim Ab- und Auszählen einer Menge äußert sich in der Erkenntnis, dass auf die Frage „wie viele sind es“ das beim Zählen zuletzt genannte Zahlwort die genaue Anzahl der gesamten Menge bezeichnet (Fuson 1988; Moser Opitz 2001).

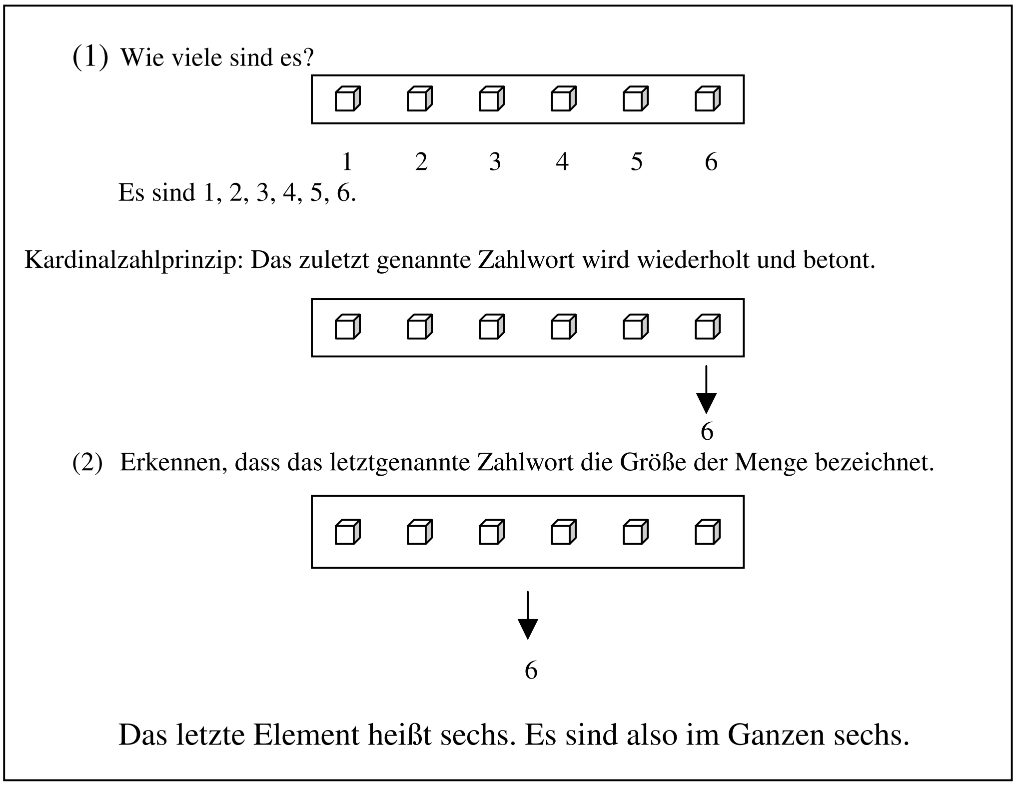


Abb. 4: Kardinale Zahlbedeutung

2.1.3 Zahlsymbole

Neben dem Erwerb der Zahlwortreihe bildet das Erlernen der Zahlsymbole, sowie die Zuordnung der Zahlnamen zum entsprechenden Zahlsymbol eine weitere Abstraktionsstufe mathematischen Lernens. Mit Hilfe der zehn Zeichen, den Ziffern 0 bis 9, lassen sich sämtliche Zahlen aufbauen. Diese abstrakte Darstellung von Mengen setzt eine sichere Ziffernkenntnis sowohl im Ziffernlesen als auch im Ziffernschreiben voraus, welches in Abbildung 5 am Beispiel der Menge 3 und 5 dargestellt ist.

Abb. 5: Zahlsymbole

2.1.4 Aspekte natürlicher Zahlen

Aus den nachfolgend aufgeführten Beispielen kann entnommen werden, dass natürliche Zahlen im alltäglichen Leben in ganz unterschiedlichen Situationen zum Einsatz kommen.

(1) Max hat drei Hunde. Im Regal stehen vier Bücher. Gib mir die fünf Würfel.

(2) Heute ist der 17. April. Der 4. Baum in der Straße ist eine Linde. Anne hat den 2. Platz beim Sportfest belegt.

(3) Ich wohne im Haus mit der Nummer 16. Momentan lese ich in einem Buch auf Seite 27.

(4) Ein Brot kostet 2€. Die Straße ist 15 m breit. Eine Tafel Schokolade wiegt 100 g.

(5) Nimm die Hustentropfen zweimal täglich. Franz hat dreimal in der Woche Fußballtraining.

(6) Die Postleitzahl von Erfurt ist 99096. Berlin hat die Vorwahl 030.

(7) $3 + 4 = 4 + 3$

$(6 + 3) + 12 = 6 + (3 + 12)$

(8)
```
  468      853
+ 759    - 264
--------  --------
 1227      589
```

Anhand der verschiedenen Verwendungsmöglichkeit wird deutlich, dass der Zahlbegriff natürlicher Zahlen verschiedene Aspekte umfasst, die als Kardinalzahlaspekt, Ordinalzahlaspekt, Maßzahlaspekt, Operatoraspekt, Rechenzahlaspekt und Codierungsaspekt beschrieben werden können. Diese idealtypischen Zahlaspekte sind jedoch nicht isoliert zu betrachten, sie hängen eng miteinander zusammen. Dabei stellt das Zählen eine Verbindung zwischen den verschiedenen Zahlaspekten her: „So gewinnt man die Anzahl der Elemente einer gegebenen Menge durch Auszählen: Die zuletzt genannte Zahl beim Zählen gibt die Anzahl (Kardinalzahl) an. Die Reihenfolge bzw. den Rangplatz innerhalb einer Reihe (Ordinalzahlaspekt) erhält man durch das Abzählen. Ebenso kann man vielfach die Maßzahl einer Größe durch das Auszählen der Anzahl der erforderlichen Größeneinheiten gewinnen. Die Vielfachheit einer Handlung oder eines Vorgangs

(Operatoraspekt) bestimmt man ebenfalls durch das Auszählen. Das Zählen *(Anmerkung des Autors: im Sinne von Rechnen)* hilft auch, die Ergebnisse beim Rechnen mit natürlichen Zahlen zu gewinnen, nämlich beispielsweise das Weiterzählen bei der Addition und das Weiter- oder Rückwärtszählen bei der Subtraktion“ (Padberg 1992, S. 9).

2.1.4.1 Kardinalzahlaspekt

Die Grundlage für ein erfolgreiches Mathematiklernen liegt im Verständnis des kardinalen Zahlbegriffs, welcher auf die Erkenntnis der abstrakten 1 zurückgreift. Ausgehend von der Ausgangsmenge 1 entsteht durch das Hinzufügen von immer neuen mit 1 definierten Elementen die unendliche Menge der natürlichen Zahlen. Diese innere logische Folge des Aufbaus der Zahlenreihe nennt man Seriation. Auf die Frage „Wie viel?“ kann mit Hilfe der natürlichen Zahlen eine Antwort bezüglich der Quantität von Dingen gegeben werden, welche aufgrund ihrer qualitativ gleichen Eigenschaften abzählbar sind und als eine Menge klassifiziert werden können, wie z.B. 3 Hunde, 4 Bücher, 5 Würfel usw. (vgl. hierzu Beispiel (1)). Das Wesen einer Zahl ist aber erst dann verstanden, wenn die Einsicht vorhanden ist, dass eine Zahl als Repräsentant für eine festgelegte Anzahl der 1 steht, 4 Bücher repräsentieren 4 mal die Menge eines Buches (4 = 4 x 1). Werden nun Mengen von Objekten verglichen, wird von den Eigenschaften völlig abstrahiert und lediglich die Anzahlen der enthaltenen 1 verglichen (Moser Opitz 2001; Hasemann 2007).
Zum Verständnis des Kardinalzahlaspektes gehört neben dem Benennen einer Anzahl durch des Zahlwort und der entsprechenden Ziffernschreibweise umgekehrt auch das Zuordnen einer bestimmten Anzahl hinsichtlich eines gesprochenen Zahlwortes oder einer in Ziffernschreibweise dargebotenen Zahl. Grundlage des Gebrauchs natürlicher Zahlen als Kardinalzahlen ist neben den Kenntnissen der Zahlwortreihe auch die Ziffernschreibweise und die jeweiligen Zahlwörter (Padberg 1997).

2.1.4.2 Ordinalzahlaspekt

In Abgrenzung zum kardinalen Zahlaspekt kennzeichnen die im vorangegangenen Beispiel (2) genannten Zahlen eine Reihenfolge innerhalb einer total geordneten

Reihe, indem sie Rangplätze darstellen, welche innerhalb einer Menge eine bestimmte Ordnung markieren. Die Verwendung von natürlichen Zahlen als Ordnungszahlen geben Antwort auf die Fragen „Der bzw. die wievielte?“ oder „An welcher Stelle?“. Auch im Beispiel (3) wird eine bestimmte Reihenfolge mittels natürlicher Zahlen beschrieben. Jedoch wird die Reihenfolge hier durch sogenannte Zählzahlen gekennzeichnet. Den Objekten werden die natürlichen Zahlen in der Abfolge, wie sie im Zählprozess durchlaufen werden, zugeordnet: eins, zwei, drei usw. (Padberg 1992).

Piaget geht davon aus, dass erst durch die Verbindung von Ordinal- und Kardinalzahl die Zahl als solche konstruiert wird, weil „(...) die Ordination stets die Kardination voraussetzt und umgekehrt“ (Piaget/Szeminska 1975, S. 166). Der Zahlbegriff ist erst dann erworben, wenn eine Verbindung zwischen ordinaler und kardinaler Korrespondenz hergestellt ist. Der 5. Rang wird durch die Anzahl von insgesamt fünf Objekten definiert und unterscheidet sich genau durch die Anzahl der Objekte von den vorherigen und folgenden Rängen. „Die Zahl fünf besteht somit aus dem fünften Rang und der Anzahl fünf“ (Moser Opitz 2001, S. 37).

2.1.4.3 Maßzahl-, Operator- und Codierungsaspekt

Als Antwort auf die Fragen „Wie teuer?“, „Wie lang?“, „Wie breit?“ oder „Wie schwer?“ benutzt man natürliche Zahlen als Maßzahlen zur Bezeichnung von Größen bezüglich einer gewählten Einheit, wie die Beispielgruppe (4) zeigt. Sie können für die Herstellung von Skalen, wie z.B. für Zeit- oder Temperaturangaben genutzt werden. In der Beispielgruppe (5) hingegen beschreiben die natürlichen Zahlen, „Wie oft?“ eine Handlung oder ein Ereignis ausgeführt wird. Die Vielfachheit des Vorgangs wird mittels eines Operators, dargestellt. Beispiel (6) zeigt demgegenüber, dass eine bestimmte (Reihen-)Folge von Ziffern lediglich zur Codierung dienen kann. Zum Benennen und Unterscheiden von Dingen werden bestimmte Ziffernfolgen benutzt, wobei es sich nicht im eigentlichen Sinn um natürliche Zahlen handelt, da ihnen gewisse Zahleigenschaften, wie das sinnvolle Ordnen oder Rechnen, nicht zukommen (Padberg 1992).

2.1.4.4 Rechenzahlaspekt

Die in den Beispielen (6) und (7) verwendeten natürlichen Zahlen werden als Rechenzahlen zum Rechnen benutzt. Dies geschieht im Beispiel (6) unter der Berücksichtigung von algebraischen Gesetzmäßigkeiten, wobei die Idee ist, „ (...) jede Zahl in der Hauptsache als Ergebnis von Rechenoperationen mit (in der Regel) anderen Zahlen aufzufassen. (...) Der algebraische Zahlaspekt fasst die einzelne Zahl, bildhaft gesprochen, als Knoten im Netz der übrigen Zahlen auf, mit denen sie über Rechenoperationen verbunden ist“ (Maier 1990, S. 43). Beispiel (7) hingegen weist darauf hin, dass man „ (...) nach eindeutig bestimmten Folgen von Handlungsanweisungen ziffernweise rechnen kann“ (Padberg 1992, S. 8). Das Rechnen nach einer genau definierten Handlungsvorschrift nennt man algorithmischen Aspekt der Rechenzahlen.

2.1.5 Dekadisches Positionssystem

Vor allem durch die in zahlreichen Auflagen gedruckten Rechenbücher von Adam Ries verbreitete sich im 16. Jahrhundert unsere heutige arabische Zahlschrift in Europa. Der damit einhergehende Verlust an Anschaulichkeit sowie eine starke Steigerung der Abstraktion ermöglicht jedoch einen äußerst prägnanten, effizienten und leistungsfähigeren Umgang mit den vier Rechenoperationen im größeren Zahlenraum.

Das aus dem griechischen stammende Wort „deka“ für „zehn“ weist bereits auf eines der beiden wichtigsten Merkmale des Stellenwertsystems innerhalb des Zahlaufbaus hin, die reine Zehnerbündelung. Nach dem Bündelungsprinzip werden nur Zehnerpotenzen verwendet, die jeweils 10 Vertreter einer Einheit zu einer größeren Einheit zusammenfassen: 10 Einer werden zu einem Zehner, 10 Zehner zu einem Hunderter, 10 Hunderter wiederum zu einem Tausender usw. gebündelt. Die zweite wichtige Besonderheit unseres dezimalen Stellenwertsystems ist die Position der einzelnen Ziffern innerhalb einer Zahl. Zur Darstellung sämtlicher Zahlen benutzen wir insgesamt die zehn Zahlzeichen, die Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, und 9. Je nach Stellung der Ziffern innerhalb der Zahl ist der Wert dieser unterschiedlich. Die Ziffern betrachtend besteht die 555 beispielsweise ausschließlich aus drei Fünfen, die aber unter Berücksichtigung der verschiedenen Stellenwerte einen unterschiedlichen

Wert haben: die fünf an erster Stelle bedeutet somit 5 Hunderter, die an zweiter Stelle 5 Zehner und die an dritter Stelle 5 Einer. Auf die Angabe von Bündelungseinheiten wie Einer, Zehner, Hunderter usw. kann aufgrund des spezifischen Wertes einer bestimmten Stelle innerhalb einer Zahl verzichtet werden. Nicht besetzte Stellen müssen bei der Ziffernschreibweise durch Nullen gekennzeichnet werden, z. B. 308. Zusammengefasst lässt sich also sagen, dass jede Ziffer im Stellenwertsystem uns also zwei Informationen liefert: den Zahlenwert, welcher Aussagen zur Anzahl der Bündel der betreffenden Mächtigkeit macht und den Stellenwert, der die Mächtigkeit des zugehörigen Bündels angibt (Padberg 1997).
Eine zusätzliche Anforderung für das Verstehen des dekadischen Positionssystems ist die unterschiedliche Sprech- und Schreibweise von zweistelligen Zahlen, welche Inversion genannt wird. Im Zahlwort wird zuerst die Einer- und anschließend die Zehnerstelle gesprochen (drei – und – fünfzig), wohingegen die Ziffernnotation in der Regel bei der Zehnerstelle beginnt (fünf und drei = 53). Ausgenommen von dieser Regelung sind nur die Zahlen 11 und 12. Bei Zahlen größer als 100 wird der Zahlname in der Ziffernschreibweise unter Angabe der Bündelungseinheiten genannt, z.B. Dreitausendachthundertsechsundzwanzig.

2.1.6 Zusammenfassung

Voraussetzung für das Erlernen der Zahlenmathematik ist zunächst das Aneignen von Kenntnissen und Einsichten der formalen Sprache, in der mathematische Sachverhalte ausgedrückt werden. Hierzu gehören die Reproduktion der Zahlnamen, das Erlernen der Zahlsymbole, sowie die Zuordnung beider zueinander und zu der jeweiligen, damit ausgedrückten Menge. Die nächste Abstraktionsstufe im mathematischen Lernen bildet das kardinale Verstehen der Zahlen als eine abstrakte Menge und den daraus resultierenden Zahlbeziehungen, sowie die Einsicht in das dekadische Positionssystem.
Das eigentliche Kernstück des Mathematikunterrichts der ersten vier Schuljahre bildet die Arithmetik, „das Teilgebiet der Mathematik, das sich mit den Zahlen und ihren Verknüpfungen nach bestimmten Rechengesetzen befasst“ (Brockhaus 1995, S. 114). Notwendige Grundlage hierfür ist das Verständnis der spezifischen kardinal-operativen Zusammenhänge. Daraus wird deutlich, dass die Zahlenmathematik ein hierarchisch strukturierter Lerngegenstand ist. Das Verständnis von Gedanke B setzt

zwingend das Verständnis von Gedanke A voraus. An einem Beispiel verdeutlicht heißt das, dass ein Kind die Logik des dezimalen Zahlensystem nur verstehen kann, wenn zuvor ein kardinales Zahlverständnis entwickelt wurde.

Abschließend wird in Abbildung 6 am Beispiel der Zahl 18 verschiedene mögliche Zahlbeziehungen und deren operationalen Zusammenhänge auszugsweise dargestellt.

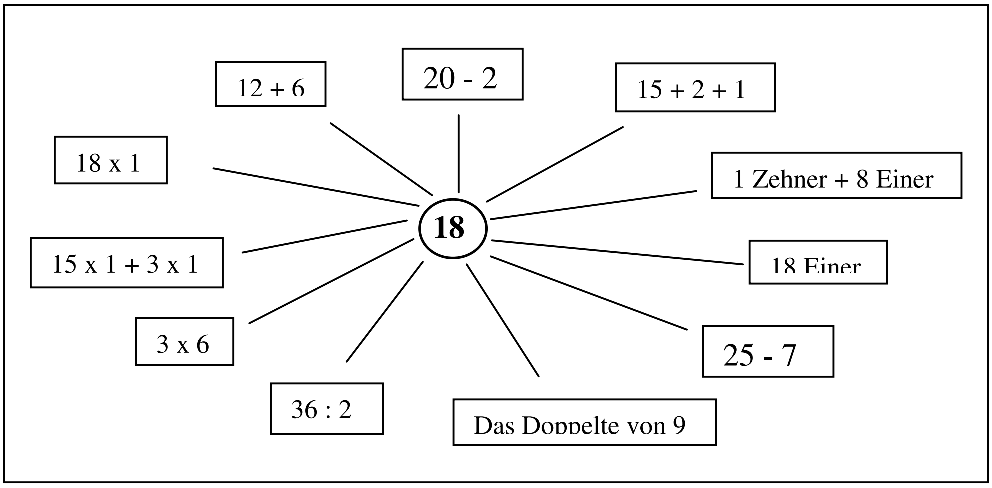


Abb. 6: Zahlbeziehungen

2.2 Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich[6]

Mit dem Beschluss vom 15.10.2004 hat die Kultusministerkonferenz[7] eine Vereinbarung über nationale Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Jahrgangsstufe 4 getroffen. Diese werden seit Beginn des Schuljahres 2005/2006 von den Ländern der BRD „ (...) als Grundlagen der fachspezifischen Anforderungen für den Unterricht im Primarbereich übernommen“ (Beschlüsse der KMK 2004, S. 3)[8], angewandt und implementiert.

Die Standards und ihre Einhaltung unterliegen der ständigen Weiterentwicklung mittels Testinstrumenten durch das von den Ländern gemeinsam beauftragte Institut für **Q**ualitätsentwicklung **i**m **B**ildungswesen (IQB). Zusätzlich wird in landesweiten bzw. länderübergreifenden Orientierungs- und Vergleichsarbeiten festgestellt, in welchem Verhältnis die Standards erreicht werden. Die Qualität der Schule soll dadurch einerseits bewahrt und weiterentwickelt werden. Andererseits soll die Vergleichbarkeit schulischer Abschlüsse durch Leistungsmessungen gesichert werden (ebd).

2.2.1 Funktion

Bildungsstandards orientieren sich nach Klieme u.a. (2007) an den als verbindlich erachteten allgemeinen Bildungszielen, denen schulisches Lernen folgen soll. Sie konkretisieren aus diesem Grund den Bildungsauftrag, den Schulen zu erfüllen haben, indem sie grundlegende mathematische Kompetenzen qualitativ inhaltlich benennen und sie als zentrale Regelstandards[9] formulieren, welche Schüler während dieser Zeit im Fach Mathematik erworben haben sollen. Der Fokus wird dabei auf das Ergebnis schulischen Lernens (Output-Orientierung), dem Erfassen und Bewerten von Lehr- und Lernergebnissen, gerichtet. Überprüft werden soll, ob die Kompetenzen und damit die zentralen Bildungsziele im Bereich Mathematik am

---

6 Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich teilweise auf Bildungsstandards im Allgemeinen, eingeschlossen sind für die hiesige Thematik aber immer die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.

7 Im Folgenden KMK genannt.

8 Als Autoren dieser Quelle ist im Literaturverzeichnis das Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland angegeben.

9 Regelstandards beziehen sich auf Kompetenzen, die in der Regel von den Schülern einer Klasse oder Altersgruppe durchschnittlich erreicht werden sollen. Im Vergleich dazu beziehen sich Mindeststandards auf ein definiertes Minimum an Kompetenzen, dass Schüler zu einem festgelegten Zeitpunkt wissen müssen (Artelt/Riecke-Baulecke 2004).

Ende der Grundschulzeit tatsächlich erworben wurden (Artelt/Riecke-Baulecke 2004; Klieme u.a. 2007).

Mit Hilfe standardbezogener Tests werden drei verschiedene Funktionen von Bildungsstandards überprüft. Auf ihrer Grundlage können erstens Lernergebnisse erfasst und bewertet werden. Infolgedessen kann eine Beurteilung erfolgen, ob die geforderten Kompetenzen erworben, Bildungsstandards eingelöst wurden und in welchem Rahmen das Bildungssystem seinen Auftrag erfüllt hat (Bildungsmonitoring). Eine zweite Funktion besteht in der Schulevaluation. Indem den Schulen eine Rückmeldung über die Ergebnisse ihrer Arbeit gegeben wird, kann überprüft werden, inwieweit eine Schule ihr pädagogisches Ziel erreicht hat. Und drittens soll schließlich der Einsatz von Testverfahren auf der Basis von Bildungsstandards eine individuelle Diagnostik von spezifischen Stärken und Schwächen der Schüler ermöglichen sowie Hinweise zur notwendigen Förderung geben (Klieme u.a. 2007).

2.2.2 Dimensionen

Das von der KMK entwickelte Strukturprinzip dieser Standards wird von den drei Dimensionen Kompetenzen, Leitideen und Anforderungsbereiche geprägt. Im Zentrum der Beschlüsse steht ein Kompetenzmodell, das folgende fünf *allgemeine* mathematischen Teilkompetenzen beschreibt, die für eine erfolgreiche Nutzung und Aneignung von Mathematik von zentraler Bedeutung sind:

(1) Probleme mathematisch lösen
(2) mathematisch kommunizieren
(3) mathematisch argumentieren
(4) mathematisch modellieren
(5) mathematische Darstellungen verwenden (nach den Beschlüssen der KMK 2004).

Die zweite Dimension ordnet den allgemeinen mathematischen Kompetenzen Standards für *inhaltsbezogene* mathematische Kompetenzen, sogenannte mathematische Leitideen zu. Inhaltlich sind das die Kategorien

(1) Zahlen und Operationen (Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen, Rechenoperationen verstehen und beherrschen, in Kontexten rechnen)
(2) Raum und Form (sich im Raum orientieren, geometrische Formen und Abbildungen erkennen, benennen und darstellen, Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen)
(3) Muster und Strukturen (Gesetzmäßigkeiten und funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen)
(4) Größen und Messen (Größenvorstellungen besitzen, mit Größen in Sachsituationen umgehen)
(5) Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit (Daten erfassen und darstellen, Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen) (nach den Beschlüssen der KMK 2004).

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden zum Lösen mathematischer Aufgaben in unterschiedlichen Ausprägungen benötigt. Die dritte Dimension differenziert zwischen den drei Anforderungsbereichen Reproduzieren (I), Zusammenhänge herstellen (II) sowie Verallgemeinern und Reflektieren (III), die einen Orientierungsrahmen für Schülerleistungen darstellen. Anspruch und kognitive Komplexität nehmen von (I) bis (III) im Allgemeinen zu (ebd.).

2.2.3 Ziel: Mathematisches Verständnis

Konkrete Aufgabe des Mathematikunterrichts in der Grundschule ist es laut der Beschlüsse der KMK, eine grundlegende mathematische Kompetenz bei Kindern zu entwickeln und somit ein Fundament für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematischen Anforderungen des täglichen Lebens zu schaffen. In den Vordergrund treten dabei nicht die traditionellen Sachgebiete Arithmetik, Geometrie, Größen und Sachrechnen, sondern „ (...) allgemeine und inhaltsbezogenen Kompetenzen, die für das Mathematiklernen und die Mathematik insgesamt charakteristisch sind“ (Beschlüsse der KMK 2004, S. 6). Es darf keine Reduktion des Mathematiklernens auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten erfolgen, sondern „das Ziel ist die Entwicklung eines gesicherten *Verständnisses*[10] mathematischer Inhalte“ (ebd.). Inhaltliche und allgemeine mathematische

[10] Kursivschrift im Original

Kompetenz wird dementsprechend als Verständnis in der Sache selbst, der inneren Logik der Zahlenmathematik, definiert.

2.3 Begriffsdefinition Dyskalkulie

Ausgehend von dieser Definition mathematischer Kompetenz, stellt sich im Sinne der KMK die Frage, was es bedeutet, kein zahlenmathematisches Verständnis entwickelt zu haben. In diesem Zusammenhang kann von einem spezifischen Wissensdefizit im Bereich fundamentaler arithmetischer Einsichten gesprochen werden, was als Rechenschwäche[11] bezeichnet wird.

Aus der Fülle verschiedener Begriffsbestimmungen von Dyskalkulie in der Literatur wähle ich für meine Arbeit die der Weltgesundheitsorganisation[12] als Arbeitsdefinition, weil diese als rechtliche Grundlage für Diagnoseentscheidungen und Kostenübernahmen für therapeutische Interventionen nach §35a des Sozialgesetzbuches VIII gilt.[13]

Nach der Internationalen Klassifikation psychischer Störungen (ICD-10) wird Rechenschwäche als Rechenstörung aufgeführt und zählt somit zu den Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten, welche unter Punkt F81.2 zu finden sind. Rechenstörung wird hier definiert als „(...) eine umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie und Differential- sowie Integralrechnung benötigt werden“ (Dilling/Mombour/Schmidt 2005, S. 277).

Diese Begriffsbestimmung der WHO geht von der doppelten Diskrepanzhypothese aus. Laut Definition kann die Diagnose Rechenstörung dementsprechend erst vorliegen, wenn einerseits eine normale allgemeine Intelligenz diagnostiziert wird

---

[11] Im Folgenden auch als Dyskalkulie bezeichnet.

[12] Im Folgenden WHO genannt.

[13] § 35a SGB VIII: Eingliederungshilfe für seelisch behinderte Kinder und Jugendliche
„Kinder oder Jugendliche haben Anspruch auf Eingliederungshilfe, wenn 1. ihre seelische Gesundheit mit hoher Wahrscheinlichkeit länger als sechs Monate von dem für ihr Lebensalter typischen Zustand abweicht, und 2. daher ihre Teilhabe am Leben in der Gesellschaft beeinträchtigt ist oder eine solche Beeinträchtigung zu erwarten ist. Von einer seelischen Behinderung bedroht im Sinne dieses Buches sind Kinder oder Jugendliche, bei denen eine Beeinträchtigung ihrer Teilhabe am Leben in der Gesellschaft nach fachlicher Erkenntnis mit hoher Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist“ (Bundesministerium der Justiz 1990)

und andererseits eine Diskrepanz zwischen der Intelligenzleistung und der spezifischen Teilleistung im Bereich Rechnen besteht, d. h., „die Rechenergebnisse sollen in diesem Fall unterhalb des Durchschnittsbereiches der Altersgruppe liegen und sich intraindividuell vom Intelligenzwert unterscheiden“ (Ricken 2003, S. 261).[14]

2.4 Testverfahren zur Erfassung von Mathematikkompetenzen und –schwächen

Zur Erfassung und Bewertung der Mathematikleistungen -kompetenzen und –schwächen von Kindern und Jugendlichen stehen aktuell eine Fülle von deutschsprachigen Testverfahren zur Verfügung, die überblicksartig von Schuchardt und Hasselhorn (2005) dargestellt sind. Für diese Arbeit von Bedeutung sind sowohl die mathematischen Schulleistungstests, wie der DEMAT 4 (Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen) oder der HRT (Heidelberger Rechentest), aber auch neuropsychologisch basierte Testverfahren, wie der ZAREKI (Testverfahren zur Dyskalkulie) und das RZD 4 (Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungs-Diagnostikum für vierte Klassen), die alle samt am Ende der Grundschulzeit anwendbar sind. Die genannten Tests gelten in Bezug auf die Testgütekriterien Objektivität, Reliabilität und Validität als standardisiert und auf den Vergleich mit der Alters- oder Jahrgangsnorm als normiert.

2.4.1 Quantitative Diagnostik mathematischer Kompetenz

Quantitative Testverfahren zur Erfassung von Mathematikkompetenzen basieren auf der klassischen Testtheorie. Lösungen werden nach richtigen oder falschen Rechenergebnissen ausgewertet. Dies geschieht teilweise unter der Berücksichtigung von bestimmten Zeitvorgaben zum Lösen der Aufgaben oder notwendiger wiederholter Präsentation der Aufgabenstellung durch eine Abstufung der

[14] Eine ausführliche kritische Betrachtung der Arbeitsdefinition kann im Rahmen der vorliegenden Arbeit leider nicht stattfinden. Erwähnt sei aber, dass bereits in der neueren Forschung dieser Definitionsansatz als überholt gilt. Zunächst ist eine klare begriffliche Differenzierung von Rechenstörung als Lernstörung und Rechenschwäche als Teilleistungsschwäche notwendig. Weiterhin sei darauf hingewiesen, dass Kinder, welche unterdurchschnittlich intelligent sind aus dem Definitions- und somit auch aus dem Diagnostik- und Kostenübernahmerahmen herausfallen. Kritisch ist auch die Art und Weise der Diagnosemöglichkeiten des Intelligenzquotienten, da oftmals der Bereich der Mathematik eine wesentliche Rolle für die Ermittlung der allgemeinen Intelligenz eines Menschen spielt. Und abschließend sei auf die mögliche Übertragung von Sekundärsymptomatiken einer vorliegenden Rehchenschwäche auf andere Leistungsbereiche hingewiesen (Lorenz/Radatz, 1993; Gaidoschik 2003; Lorenz 2005; Hasselhorn, Marx und Schneider 2005).

Punktevergabe. Die erfassten Rechenergebnisse aus den Subtests werden in Punktwerte und den Testgesamtrohwert quantifiziert und in vergleichbare Zahlenwerte (Prozentrangwerte) umgewandelt, um so die individuelle Leistung mit der Gruppennorm abzugleichen. Die ermittelte Norm der Klassenstufe und Altersgruppe wird also in Bezug zur individuellen Leistung gesetzt. Anschließend erfolgt wiederum eine Qualifizierung der Ergebnisse über die Zuschreibung der subjektiven Eigenschaft des Rechenkönnens oder eine Interpretation hinsichtlich einer vorliegenden Rechenschwäche (Ricken 2003).

Eine Bewertung der individuellen Qualität der rechnerischer Kompetenz des Probanden ergibt sich hier aus dem Grad von Lösungshäufigkeiten verglichen mit der Klassen- und Alterskohorte. Das erfolgreiche Erbringen einer normierten Leistung durch das Erzeugen von richtigen Rechenergebnissen führt zu einer positiven individuellen Platzierung innerhalb der als Norm begriffenen Leistung, sowie der Wertung über das Vorliegen der geforderten Rechenfertigkeiten. Die Ergebnisse lassen dementsprechend Aussagen zu, ob der Proband „(...) mit seinen Punkten im Durchschnittsbereich seiner Altersgruppe, darunter oder darüber liegt“ und um die „(...) Größe des Entwicklungsproblems des Kindes relativ zur Population deutlich zu machen“ (Ricken 2003, S. 264).

Die Logik dieser Testverfahren basiert auf der theoretischen Annahme, dass bei einem richtig hervorgebrachten Ergebnis einer bearbeiteten Aufgabe deren Sachlogik verstanden sein muss. Das richtige Ergebnis gilt als Indikator für mathematische Kompetenz.

2.4.2 Qualitative Diagnostik mathematischer Kompetenz

Aus den Kritikpunkten gegenüber den quantitativen Verfahren heraus haben sich in den letzten Jahren einige unabdingbare charakteristische Merkmale für die Erfassung mathematischer Kompetenzen und der sich daraus ergebenden Diagnose von Rechenschwäche entwickelt. Diese sind nur durch eine qualitative Diagnostik realisierbar, wofür es aber bislang nach Gaidoschik (2003) und Lorenz (2003) keine empfehlenswerten veröffentlichten Testverfahren gibt, die ausreichend „Aufschluss darüber geben können, welche falschen Denkschritte und Operationen solchen Fehlern zu Grunde liegen“ (Lorenz 2003, S. 145).

Ausgehend von der theoretischen Annahme, dass richtige Rechenergebnisse keine Aussage über mathematische Kompetenz liefern, setzen qualitative Verfahren genau an der Analyse des Lösungsprozesses an. Ziel soll eine auf lerntherapeutische Intervention ausgerichtete Diagnostik sein, mit Hilfe derer „(...) möglichst genau aufgeschlüsselt werden kann, *wie, auf Grundlage welcher Vorstellungen und Gedanken*[15], die zählbaren Rechenfehler, aber eben auch richtige Ergebnisse zustande kommen" (Gaidoschik 2003, S. 134).

Eine reine Leistungserfassung zur Beurteilung einer individuell vorliegenden mathematischen Kompetenz reicht einer guten und exakten Kompetenz- und Rechenschwächediagnose nicht aus. Der pädagogisch-psychologische Charakter solch eines Befunds verlangt geradezu eine Differenzial- *und* Förderdiagnostik, welche die konkreten Schwierigkeiten und deren Erscheinungsformen im mathematischen Grundlagenbereich erfassen und gleichzeitig Hinweise auf konkrete Fördermöglichkeiten geben können (Wehrmann 2007; Fritz 2003; Klauer 2003).

Grissemann (2000) und Lobeck (1996) sprechen in diesem Sinne von einer Lerndiagnostik, die sich in drei zentrale Dimensionen gliedert:

1. Diagnostik der kognitiven, emotionalen und didaktisch-curricularen Lernvoraussetzungen
2. Diagnostik des schulisch-sozialen Lernumfeldes
3. Lernprozessdiagnostik.

Inhaltliches Kernstück einer Diagnostik mathematischer Kompetenz ist der dritte Teil. Dieser umfasst eine qualitative mathematische Lernstandsanalyse, mit Hilfe dieser der Stand des arithmetischen Verständnisses des Probanden bezüglich der Sachlogik selbst untersucht wird. Nur so kann geklärt werden, ob die Zahlenlogik verstanden ist bzw. ob sie fragmentarisch oder falsch verstanden wurde. Das Augenmerk liegt hierbei *nicht* auf den Vergleich von individuellen Leistungen mit Alters- oder Klassennormen, sondern auf dem Begutachten des individuellen Verständnisses an der Logik der Sache selbst. Offengelegt werden muss die subjektive Logik des Individuums im Umgang mit Zahlen. Dabei gibt die qualitative Fehleranalyse Aufschluss über die Besonderheiten mathematischer Vorstellungen,

[15] Kursivschrift im Original

Denkweisen und die subjektiven Algorithmen des Probanden. Hierbei soll „(...) nicht bestätigt werden, dass Rechenschwierigkeiten vorliegen, sondern es wird ermittelt, um *welche*[16] Rechenschwierigkeiten es sich handelt“ (ZTR 2008).
Dies geschieht im Wesentlichen durch die Interview-Technik und Methode des „lauten Denkens“, bei der der Proband Auskunft über seine Gedanken und Vorstellungen auf dem Rechenweg und gegebenenfalls über konkrete Techniken gibt. Durch aufmerksames Beobachten des Verhaltens, der Mimik, Gestik und Körpersprache und gezieltes Nachfragen durch den Tester, sowie ausführliches Kommentieren beim Lösen der Aufgaben durch den Probanden, wird versucht, die individuellen Rechenstrategien aufzudecken. Subjektiv falsche oder umständliche Algorithmen und zahlbegriffslose Lösungswege lassen sich so ermitteln und Rückschlüsse auf das Verständnis mathematischer Inhalte und Operationen erzielen. Zusätzlich wird die Technik „Beobachtung des konkreten Handelns mit mathematisch strukturierten Veranschaulichungsmitteln“ genutzt, wodurch mathematische Handlungstechniken auf der konkret handelnden Ebene qualitativ analysiert werden, um Aufschluss über das inhaltliche Verständnis der Materie zu bekommen (Kwapis 2007; ZTR 2008; Wehrmann 2007; Ricken 2003). Die Menge der mathematisch inhaltlich zu testenden Gebiete richtet sich nach der Altersstufe des Probanden, welche an die Abstraktionsstufen und Logik der Zahlenmathematik angelehnt sind.
Die Besonderheiten der Dyskalkuliediagnostik liegen also in dem Erstellen eines umfangreichen individuellen Fehlerprofils, was nur mittels einer qualitativen Fehleranalyse und Beurteilung der Rechentechniken hergestellt werden kann. Individuelle Lösungsstrategien des Klienten, die auf Wissensmängel um mathematische Abstraktionen basieren, sowie daraus resultierende logikabsente Hilfs-/Verfahrenstechniken, z. B. (Aus-) Zählen statt rechnen, werden offengelegt. Mit Hilfe dieser individuell differenzierenden Informationen können Aussagen zum Ansatz und Umfang einer möglichen (dyskalkulietherapeutischen) Förderung gemacht werden, so dass gezielt an der Stelle angesetzt werden kann, an der die mathematischen Verständnisprobleme des Probanden beginnen (Wehrmann 2007; Ricken 2003; Fritz 2003; Klauer 2003).

[16] Kursivschrift im Original

2.5 Zusammenfassung

Die von der KMK beschlossenen Bildungsstandards determinieren den als mathematische Kompetenz umschriebenen Output des Mathematikunterrichts für die Grundschulzeit. Inhaltlich muss dies grundlegend an der charakteristischen Eigenheit des Fachs Mathematik, den hierarchisch angeordneten Abstraktionsstufen mathematischen Lernens, anknüpfen. Von erworbenen mathematischen Kompetenzen kann erst dann gesprochen werden, wenn der Rangordnung nach jede einzelne Stufe der Zahlenmathematik inhaltlich verstanden wurde.

Darauf aufbauend müssen Testverfahren, welche sich der Ermittlung mathematischer Kompetenzen zuwenden, in der Lage sein, Aussagen auf drei Ebenen zu machen: erstens über die reine Beurteilung, ob mathematische Kompetenz im Sinne von Verständnis vorliegt. Daraus ergibt sich zweitens logischerweise das Beurteilungskriterium für die Diagnose einer Rechenschwäche nach der Definition der WHO. Und drittens muss schlussfolgernd aus dem Test hervorgehen, was inhaltlich nicht verstanden wurde, wo also intervenierend, im Sinne eines Aufbaus mathematischen Verständnisses angesetzt werden muss.

3 Fragestellungen[17]

Ausgehend von dem Beschluss der Kultusministerkonferenz hinsichtlich der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich sollen die auferlegten Standards und ihre Einhaltung mittels Testinstrumentarien überprüft werden. Daraus ergibt sich für mich nachstehende Forschungsfrage:

(1) Beurteilen die eingesetzten Testinstrumentarien die Einhaltung von Bildungsstandards anhand vorliegender mathematischer Kompetenz?

Die in den letzten Jahren für diesen Zweck entwickelten Testverfahren gehen quantitativ und standardisiert vor. Folgende grundlegende Fragstellungen sind naheliegend:

(2) Werden quantitative standardisierte Testverfahren dem Anspruch der KMK gerecht indem sie individuelle mathematische Kompetenz ermitteln?
(3) Ist die anhand der Fehlerquote diagnostizierte Kompetenz ein Maßstab für das individuelle mathematische Verständnis eines Schülers?

Wie bereits in den theoretischen Überlegungen in Punkt 2.4.2 erläutert, werden aus den aktuellen wissenschaftlichen Diskussionen zum Thema Forderungen hinsichtlich einer qualitativen prozess-analytischen Diagnostik gestellt. Bis dato liegen keine Studien über den Vergleich der Erkenntnisse quantitativer und qualitativer Testverfahren zur Ermittlung mathematischer Kompetenz vor. Aus diesen Überlegungen lassen sich umgekehrt nachfolgende Forschungsfragen formulieren:

(4) Kann mit Hilfe einer prozess- analytischen Erhebung der individuelle mathematische Verständnisgrad gemessen werden?
(5) Messen qualitative Verfahren schlussfolgernd mathematische Kompetenz?

[17] Sowohl für meine Fragestellungen, als auch die in Kapitel 5.1.2 aufgestellten Hypothesen beziehen sich meine Aussagen über quantitative Testverfahren auf den in der Untersuchung verwendeten ZAREKI und DEMAT 4 bzw. den JRT als qualitatives Erhebungsinstrument.

Betrachtet man ferner das nicht Vorhandensein mathematischer Kompetenz als Definitionskriterium von Rechenschwäche, sind folgende Fragestellungen von weiterem Interesse:

(6) Können quantitative Testverfahren eine Dyskalkulie diagnostizieren?
(7) Kann mit Hilfe eines qualitativen Testverfahrens eine Rechenschwäche diagnostiziert werden?

Weiterführend sind im pädagogisch psychologischen Bereich nicht nur das Feststellen mathematischer Defizite, sondern vor allem intervenierende Maßnahmen zur Aufarbeitung und Beseitigung dieser von höchstem Interesse. Daraus ergeben sich abschließend nachstehende Fragestellungen:

(8) Geben quantitative Dyskalkuliediagnoseverfahren Aufschluss darüber, wo genau eine lerntherapeutische Intervention ansetzen muss?
(9) Sind qualitative Dyskalkuliediagnoseverfahren in der Lage Aussagen darüber zu machen, an welchen defizitären Inhalten eine Förderung im Rahmen des lernhierarchischen Gegenstandes der Zahlenmathematik einsetzen muss?

4 Empirische Untersuchung

4.1 Untersuchungsmethode: methodenbasierte Exploration

Die Untersuchung meiner Fragestellungen fällt in den Bereich der qualitativen Sozialforschung. Die konkret hier anzuwendende Vorgehensweise ist die methodenbasierte Exploration anhand von drei ausgewählten Fallanalysen.

Ausgehend von teils implizit, teils explizit geleiteten Vorannahmen und Theorien ist mit Exploration „(...) das mehr oder weniger systematische Sammeln von Informationen über einen Untersuchungsgegenstand gemeint, das die Formulierung von Hypothesen und Theorien vorbereitet“ (Bortz/Döring 2002, S. 358).
Ferner ist zwischen der theoriebasierten und methodenbasierten Exploration zu unterscheiden. Erstere „ (...) leitet im Zuge einer systematischen Durchsicht und Analyse aus vorhandenen wissenschaftlichen und alltäglichen Theorien neue Hypothesen ab“ (ebd., S. 363). Mit Hilfe der methodenbasierten Exploration werden nicht nur bereits existierende Theorien zum Thema berücksichtigt, sondern auch die Methoden, mit denen bislang in diesem Bereich gearbeitet wurde. Dadurch ist es möglich, methodische Vorgehensweisen zu reflektieren und zur Exploration neuer Hypothesen zu nutzen. „Die methodenbasierte Exploration trägt dazu bei, die Verflechtung von Methoden und Erkenntnissen durch Vergleich und Variation der Methoden transparent zu machen“ (ebd., S. 370).

Verschiedene Methoden, angewandt auf denselben Untersuchungsgegenstand, erfassen nicht automatisch „dasselbe“. Erst ein Vergleich der Befunde von verschiedenartigen Methoden, welche bei ein und dem selben Untersuchungsobjekt angewendet werden, kann Auskunft über die mit einem Untersuchungsgegenstand verbundenen Erkenntnisse geben. Im qualitativen Forschungsansatz spricht man hierbei von methodologischer Triangulation.
Die vorliegende empirische Forschungsarbeit geht explorativ vor und zielt auf solch einen Methodenvergleich von drei verschiedenen Testverfahren, welche zur Ermittlung mathematischer Kompetenz am Ende der Grundschulzeit eingesetzt werden, ab. Anhand von drei Fallanalysen wird die Aussagefähigkeit des ZAREKI, des DEMAT 4 und des JRT bezüglich vorliegender mathematischer Kompetenz bei Viertklässlern qualitativ ausgewertet und interpretiert.

4.1.1 ZAREKI

Die Neuropsychologische Testbatterie für **Za**hlenverarbeitung und **Re**chnen bei **Ki**ndern (ZAREKI) (von Aster 2001) wurde im Rahmen eines von der Europäischen Kommission geförderten klinisch- neuropsychologischen Forschungsprojekt (BIOMED) entwickelt. Das Testverfahren basiert auf den theoretischen Grundlagen der von Deloche entwickelten Akalkuliebatterie EC 301, welche bei Erwachsenen zum Einsatz kommt (nach von Aster 2001) .

Der ZAREKI versteht sich als ein Testverfahren zur Dyskalkulie, welches die Möglichkeit gibt, qualitative und quantitative Einblicke in wesentliche Aspekte der Zahlverarbeitung und des Rechnens bei Grundschulkindern zu erlangen. Dieses Ziel unterliegt dabei einer neuropsychologisch begründeten differentiellen Diagnostik, die im Sinne einer Subtypisierung das Erkennen von Störungen unterschiedlicher Teilaspekte der Zahlverarbeitung und des Rechnens (Teilleistungsstörung) ermöglichen soll. „Sie gibt damit auch Hinweise auf die Art Schwierigkeiten und die daraus abzuleitenden Ziele von Förder- und Therapiemaßnahmen“ (von Aster 2003, S. 176).

Die Eichstichprobe dieses Testverfahrens umfasst N=238 Kinder aus Schulen des Kantons und der Stadt Zürich, die in drei Altersgruppen, den Klassenstufen 2-4 entsprechend, aufgeteilt wurden.[18] Das Testverfahren erfüllt die Anforderungen an einen reliablen Leistungstest mit Cronbachs Alpha .89, Untersuchungen zur Konstrukt- und Kriteriumsvalidität fallen erwartungs-konform aus.

Die Testbatterie wurde als Individualtest für Kinder im Alter von 7;6 bis 10;11 Jahren (2. - 4. Klasse) konstruiert. Zum Lösen der Testaufgaben, welche in die in Abbildung 8 dargestellten 11 Subtests[19] gegliedert sind, gibt es kein vorgegebnes Zeitlimit, die Durchführungsdauer beläuft sich auf ca. 15 bis 30 Minuten. Nach einer mündlichen Testinstruktion durch den Testleiter werden die Aufgaben mündlich oder mittels Testvorlagen dem Probanden präsentiert. Das Lösen der Aufgaben erfolgt durch mündliche, schriftliche oder motorische Reaktion, wobei das Schriftliche von der Testperson auf einem Antwortbogen festgehalten wird. Alle Beobachtungen,

[18] In der 2006 erschienen 2. Auflage wurde der ZAREKI-R durch längere und messgenauere Subtests und ein neues Maß, das „Arbeitsgedächtnis“ (Zahlen nachsprechen) verbessert, sowie durch eine neue Normierung in Deutschland erweitert. Die Eichstichprobe setzt sich nun aus Grundschülern der Klassen 1-4 aus Deutschland und der Schweiz zusammen (N = 764).

[19] Die Subtests „Zahlenstrahl“ und „Rückwärtszählen“ wurden unverändert für den ZAREKI von der Akalkulibatterie EC 301 von Deloche übernommen.

Äußerungen und Ergebnisse des Probanden müssen vom Testleiter im Ergebnisbogen eingetragen werden.

1. Abzählen
2. Zählen rückwärts mündlich
3. Zahlenschreiben
4. Kopfrechnen (Addition und Subtraktion)
5. Zahlenlesen
6. Anordnen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl
7. Zahlenvergleich (Worte)
8. Perzeptive Mengenbeurteilung
9. Kognitive (kontextuelle) Mengenbeurteilung
10. Textaufgaben
11. Zahlenvergleich (Ziffern)

Abb. 7: Subtests ZAREKI (nach von Aster 2001)

Mit Hilfe jedes einzelnen der 11 Subtests soll jeweils ein bestimmter Fertigkeitenbereich des Schülers überprüft und Informationen geliefert werden, welche Teilaspekte der Zahlenverarbeitung und des Rechnens gestört sind. Eine Dyskalkulie wird dann diagnostiziert, wenn der Gesamtpunktwert im kritischen Bereich liegt (Prozentrangwerte von mehr als einer Standardabweichung unter dem Mittelwert) oder wenn der Gesamtwert grenzwertig ist und ein Indexwert[20] oder mindestens drei Subtests im kritischen Bereich liegen. Mittels einer Cluster-Analyse durch Untersuchungen an Kindern mit Lernschwächen im Rechnen konnten folgende drei Dyskalkulie-Subtypen, die nach der Ähnlichkeit ihrer Merkmalsausprägung gruppiert wurden, mit unterschiedlichen Fertigkeitsprofilen bestimmt werden:

- „sprachlicher“ Subtyp: Schwierigkeiten im Bereich der Zählfertigkeit und beim Kopfrechnen, Aufbau von Abrufstrategien und Faktenwissen ist erschwert, Verharren in unreifen, langsamen Zählstrategien

[20] Die Werte der Subtests 3, 5, 7, 9, 10 und 11 lassen sich zu dem Indexwert Kulturvermitteltes Zahlenrechnen, die Werte 2 und 4 zum Indexwert Rechnen und die Werte 6 und 8 zum Indexwert Visuell-analoge Zahlenre-präsentanz zusammenfassen.

- „arabischer“ Subtyp: enorme Schwierigkeiten beim Übertragen von Zahlen aus der gesprochenen in die schriftliche Form, und umgekehrt, zusätzlich Schwierigkeiten beim Vergleichen von Zahlen in Wort- und Ziffernform
- „tiefgreifender Subtyp“: schwergradige Rechenstörung, die nahezu alle überprüften Fertigkeitsbereiche betreffen (nach von Aster 2001, S.14f)

Diese Subtypen-Klassifikationen lassen sich in der Praxis aber kaum als Reinform finden, deswegen sollen sie eher als Orientierungshilfe für eine vertiefende Diagnostik und als Informationsquelle zur Planung individueller Hilfsangebote und Fördermaßnahmen für Unterricht und Therapie betrachtet werden (ebd.).

4.1.2 DEMAT 4

Der **De**utsche **Mat**hematiktest für vierte Klassen (DEMAT 4) ist im Rahmen der Reihe Deutscher Schultests in den Jahren 2002 bis 2005 als standardisierter Leistungstest zur Erfassung mathematischer Kompetenzen entwickelt wurden. Auf der Basis der Schnittmenge der Mathematikrahmenlehrpläne und Mathematikbildungsstandards aller 16 deutschen Bundesländer erfasst der DEMAT 4 mathematische Leistungsstärken und –schwächen ganzer Schulklassen oder einzelner Schüler im Fach Mathematik (Gölitz/Roick/Hasselhorn 2006).
Ziel der Autoren ist einerseits eine objektive, zuverlässige und curricular valide, am Ergebnis orientierte Erfassung von Leistungsmerkmalen von Schülern, Klassen und ganzen Schulen im Bereich Mathematik. Diese Leistungserfassung Mitte und Ende der vierten Klassenstufe kann weiterführend genutzt werden, um entsprechende Schullaufbahnempfehlungen zu geben oder Unterricht und Fördermaßnahmen im mathematischen Bereich zu evaluieren. Durch eine breite Differenzierung im unteren Leistungsbereich soll andererseits auch eine Diagnose von Rechenstörungen mittels des Tests gewährleistet sein (ebd.).
Das Verfahren erfüllt die im Rahmen der klassischen Testtheorie gestellten Anforderungen. Nach Aussagen der Autoren zeichnet sich der DEMAT 4 aufgrund der standardisierten Instruktionen und Auswertungsvorgehen durch eine hohe

Objektivität, eine befriedigende Reliabilität und gute interne, sowie ausgezeichnete externe Validität aus (Gölitz/Roick/ Hasselhorn 2005).

Der DEMAT 4 liegt als Gruppentest in zwei echten Paralleltestformen vor, die sich lediglich in der Reihenfolge der Aufgaben unterscheiden. Das Abschreiben von nebeneinander sitzenden Schülern wird so verhindert. Das Testinstrument kann aber auch als Individualtest genutzt werden, um individuelle Schülerleistungen zu diagnostizieren. Einsetzbar ist der Test drei Wochen vor und nach dem ersten Halbjahr und sechs Wochen vor Ende des zweiten Halbjahres der Klassenstufe vier.

Inhaltlich nimmt der DEMAT 4 Bezug auf die drei zentralen Inhaltsbereiche des Grundschulmathematikunterrichts: Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie. Basierend auf den Bildungsstandards und Curriculum, lassen sich die 40 Aufgaben in diese drei Subtests einteilen, welche wiederum aus den in Tabelle 1 dargestellten verschiedenen Aufgabentypen bestehen. Die reine Nettobearbeitungszeit beträgt 29:30 Minuten, inklusive der standardisierten Instruktionen sollte maximal eine Schulstunde von 45 Minuten eingeplant werden.

Tabelle 1: Subtests und Aufgabentypen DEMAT 4 (nach Gölitz, Roick, Hasselhorn 2006, S. 7)

Subtest	Aufgabentyp
Arithmetik	Zahlenstrahlen Schriftliche Rechenverfahren: Addition Subtraktion Multiplikation Division, auch mit Rest
Sachrechnen und Größen	Größenvergleiche Sachrechnungen
Geometrie	Lagebeziehungen Spiegelzeichnungen

Mittels Auswertungsschablonen kann die Anzahl korrekt gelöster Aufgaben im jeweiligen Subtest schnell und einfach ermittelt werden. Diese Subtest-Rohwerte werden zum Testgesamtrohwert aufsummiert, so das der dazugehörige Normwert (T-Wert, Prozentrangwert) aus der entsprechenden Normentabelle[21] abgelesen werden kann. Die individuelle Leistung eines jeden Schülers oder die Leistungen einer

[21] Die Normentabellen sind getrennt nach Geschlecht, Individual- und Klassennorm und den Messzeitpunkten Ende 1. Schulhalbjahr der vierten Klasse und Ende 2. Schulhalbjahr der vierten Klasse.

ganzen Klasse können mit der sozialen Bezugsnorm, den Leistungen und Ergebnissen der bundesweiten Vergleichsgruppe (Eichstichprobe[22]), sowohl für jeden Subtest als auch für den Gesamttest verglichen, beurteilt und interpretiert werden.

4.1.3 JRT

Der **J**enaer **R**echen**t**est entsteht aktuell im Rahmen von Forschungsarbeiten am Zentrum zur Therapie der Rechenschwäche[23] in Kooperation mit der Friedrich-Schiller-Universität Jena.

Auf der Basis langjähriger Arbeit und damit einhergehender Erfahrung mit der Diagnose und Therapie von Dyskalkulie soll ein lösungsprozessanalytisch orientiertes Einzeltestverfahren zur Verfügung gestellt werden, welches eine detaillierte qualitative Erfassung des individuellen zahlenmathematischen Lernstandes ermöglicht. Kenntnisse und Unkenntnisse in den verschiedenen, aufeinander aufbauenden Teilgebieten des arithmetischen Lernens werden im Detail analysiert und geben somit Auskunft über den subjektiven Verständnisgrad der kardinalen Zahlenlogik und über die vorliegenden Kompetenzen von Zahlbeziehungen und Rechenoperationen der Schüler. Durch eine Be- und Auswertung des individuellen Lösungsprozesses wird ein ausführlicher Einblick in das subjektive Verständnis der arithmetischen Logik des Probanden gewährt. Die arithmetische Logik fungiert hierbei als objektives Beurteilungskriterium, das mit dem jeweiligen subjektiven Verständnis der Zahlenmathematik verglichen wird und dadurch Aussagen über vorhandene oder fehlende mathematische Kompetenzen des Probanden zulässt (Steffen/Kwapis/Grütte 2008).
Es handelt sich *nicht* um einen standardisierten mathematischen Leistungstest zur Erfassung der einzelnen Schülerleistung im Verhältnis zur Klassen- oder Altersgruppenleistung, sondern um ein Verfahren zur Überprüfung des subjektiven arithmetisch logischen Verständnisses des Einzelnen.

[22] Die Eichstichprobe umfasst N=5.266 Kinder aus dem gesamten Bundesgebiet (Gölitz, Roick, Hasselhorn 2006).
[23] Das Zentrum zur Therapie der Rechenschwäche (im Folgenden ZTR genannt) ist eine private, interdisziplinär arbeitende Einrichtung mit den Tätigkeitsfeldern Test, Beratung und Dyskalkulietherapie, Wissenschaftstransfer, Forschung und Öffentlichkeitsarbeit, welche mit über 50 Instituten vorrangig im ostdeutschen Raum vertreten ist.

Der JRT erhebt den Anspruch Aussagen auf drei Untersuchungsebenen zu ermöglichen (nach Steffen/Kwapis/Grütte 2008):

1. Bezüglich der kultusministeriellen Vorgaben der in den Schuljahren 1-4 hervorzubringenden mathematischen Kompetenzen, erfasst der JRT inwieweit diese beim einzelnen Schüler vorliegen und gibt damit Auskunft über den individuellen Lernstand.
2. Der JRT untersucht, ob die mathematischen Kriterien einer Rechenstörung nach ICD-10 erfüllt sind. Anhand der zahlenmathematischen Lernstandsanalyse kann eine Aussage über das Vorliegen einer Rechenschwäche gemacht werden.[24]
3. Durch die detaillierte Erfassung des individuellen Verständnisses bzw. Unverständnisses der elementaren Arithmetik bildet der JRT die Grundlage einer effektiven Dyskalkulietherapie und ermöglicht damit einen punktgenauen Ansatz dafür.

Die Testaufgaben des JRT orientieren sich am hierarchischen Lerngegenstand der Zahlenmathematik und am Curriculum der Bundesländer. Sie liegen in jeweiliger Form für Schüler der Klassenstufe 2 bis 5 vor.[25] Mit steigender Klassenstufe erhöht sich die Anzahl der Testaufgaben, so dass die Bearbeitungszeit variabel und individuell ist. Der hierarchisch strukturierte Lerngegenstand der Mathematik und die Rahmenlehrpläne der Bundesländer liefern die Inhalte der Subtests, die in Tabelle 2 dargestellt sind.

[24] Nach den Kriterien des ICD-10 bezüglich der Rechenstörung (F 81.2) kann mit Hilfe des JRT der Nachweis über „umschriebene Beeinträchtigungen der Rechenfertigkeiten" hinsichtlich der Frage nach dem Vorliegen des kardinalen Zahlverständnisses erbracht werden, jedoch ohne die Begutachtung der Diskrepanzkriterien der WHO. Zur abschließenden Diagnostik muss deshalb an einen Kinder- und Jugendpsychiater bzw. -psychologen verwiesen werden.

[25] Das Testmaterial kann auch bei Kindern und Jugendlichen höherer Klassenstufen, sowie bei Erwachsenen zur verwendet werden, da bei einer Rechenschwäche *grundlegende* Rechenfertigkeiten nicht verstanden sind.

Tabelle 2: Subtests im JRT

Subtest	**Thema**
Kardinaler Zahlbegriff	Grobe und exakte Differenzbestimmung
Ordinaler Zahlbegriff	Sachaufgaben mit Ordnungszahlen
Zahlenordnungssystem	Seriation natürlicher Zahlen Dekadisches Positionssystem
Arithmetik	Rechenoperationen: Addition Subtraktion Multiplikation Division Gesamt- und Teilmenge Analytik (Gleichungsverständnis) Schätzen und Überschlagsrechnen
Dimensionierte Größen	Geld, Uhrzeit, Längen- und Gewichtsangaben
Sachaufgaben	

Mit Hilfe ausführlich vorgegebener Beobachtungskategorien[26] für das Lösen der Aufgaben kann der Tester sofort während der Erhebung über das Vorhandensein oder Nichtvorhandensein der arithmetisch logischen Kompetenz des Probanden im jeweiligen zahlenmathematischen Bereich entscheiden. Dies geschieht nicht aufgrund der Beurteilung, ob das Ergebnis richtig oder falsch ist, sondern auf der Analyse des Lösungsprozesses, *wie* der Proband zum Ergebnis gekommen ist.
Davon ausgehend liefert der JRT grundlegende Informationen für eine zielgerichtete Intervention bei Rechenschwächen, kann weiterführend aber auch als Instrument der Unterrichtsevaluation, -planung und –entwicklung fungieren.

4.2 Stichprobe

Im Rahmen meiner Tätigkeit als Dyskalkulietherapeutin am ZTR habe ich intensiven Kontakt mit Eltern, die aufgrund von vorliegenden Problemen ihrer Kinder im Mathematikunterricht und beim Mathematiklernen aktiv den Kontakt zum Institut suchen. Betroffene Eltern wenden sich an das ZTR, wenn ein Verdacht auf Rechenschwäche bei ihren Kindern nahe liegt oder sogar schon bestimmte Symptome aufgefallen sind .

[26] Diese stammen aus den Ergebnissen zur Dyskalkulieforschung und den praktischen Erfahrungen der Dyskalkuliediagnostik und –therapie am ZTR.

Für die Stichprobengewinnung habe ich diese Kontaktquelle bewusst genutzt, mit dem Wissen, dass es sich hierbei sehr wahrscheinlich um Kinder handelt, deren mathematische Kompetenzen, beruhend auf der Aussage und Erfahrung der Eltern und teilweise auch Lehrern, beeinträchtigt sind. Es muss also für den Verlauf der Untersuchung davon ausgegangen werden, dass Beeinträchtigungen im Bereich Mathematik vorliegen und mit Hilfe der Testverfahren aufgedeckt werden.

Da sich meine empirische Untersuchung auf die Kompetenzermittlung am Ende der Grundschulzeit beschränkt, ergibt sich die Bedingung, dass sich die Kinder aktuell während der Erhebung im zweiten Halbjahr der vierten Klassenstufe befinden müssen. Mein Interesse lag also bei Eltern und ihren Söhnen bzw. Töchtern, die sich zwischen Februar und Juni diesen Jahres am ZTR vorstellten.

Eltern, sowie deren Kinder, die sich bereits der Diagnostik im ZTR mittels des Jenaer Rechentests unterzogen haben[27], wurden daran anschließend von mir gefragt, ob sie bereit wären an einer empirischen Untersuchung teilzunehmen und sich zwei weiteren Testverfahren zu unterziehen. Nach Erläuterungen meines Vorhabens und der Information, dass die Anonymität der Probanden sichergestellt ist, gaben die Eltern ihre Einverständniserklärung. Darüber hinaus unterlag die Auswahl der Probanden keinen weiteren Kriterien.

Aus zeitlichen und ökonomischen Gründen umfasst meine Stichprobe lediglich drei Probanden, die zum Zeitpunkt der Erhebung das zweite Schulhalbjahr einer vierten Grundschulklasse besuchen. Die Schüler besuchen unterschiedliche staatliche Grundschulen in Ostthüringen und kennen sich, zumindest die Schule betreffend, nicht.

4.3 Untersuchungsablauf

In meiner empirischen Untersuchung verwende ich die drei Testverfahren ZAREKI, DEMAT 4 und JRT denen sich jeder der drei Probanden unterzog. Die Erhebungen fanden allesamt im Juni diesen Jahres, am Ende der vierten Klassenstufe, in den Räumlichkeiten des ZTR Gera statt. Um die Schüler nicht unnötig stark zu belasten, wurden die Testzeitpunkte für jedes Kind auf mehrere Tage aufgeteilt, so dass

[27] Am ZTR wird im Rahmen einer Dyskalkuliediagnostik ein qualitatives mathematisches Fehlerprofil mit Hilfe des JRT erstellt und eine umfangreiche anamnestische Befragung zu medizinischen und psychosozialen Besonderheiten in der Entwicklung, sowie über das gesamte schulische, familiäre und soziale Umfeld des Kindes durchgeführt. Im Anschluss daran findet ein ausführliches Auswertungs- und Beratungsgespräch mit den Eltern des Kindes statt.

mindestens eine Woche Pause zwischen zwei Erhebungen lag. Bei Bedarf wurden zusätzlich während der Testung kleine Erholungspausen eingelegt, in so fern der Testablauf und die Testanweisungen Spielraum dafür ließen. Alle Tests führte ich separat mit jedem Kind einzeln und persönlich durch, um sicherzustellen, dass die Erläuterungen vor Testbeginn bei allen Probanden gleich waren. Es kann somit ausgeschlossen werden, dass die Schüler unterschiedliche Hilfeleistungen durch den Testleiter oder weitere anwesende Personen bekamen. Ich hielt mich an die jeweils vorgegebenen Testanweisungen und exakten/genauen Aufgabeninstruktionen. Inhaltliche Fragen wurden während des Tests nicht beantwortet.

Die Schüler wurden vor dem Test darauf hingewiesen, dass der Test nicht benotet und das Testergebnis keine negativen Konsequenzen nach sich ziehen wird. Sie wurden eindringlich gebeten, den jeweiligen Test ernst zu nehmen und ihn so gut wie möglich zu bearbeiten.

Während der Erhebungen sprach ich die Kinder mit ihrem Namen an. Für die Auswertung der Testergebnisse ordnete ich jedem Probanden jedoch eine Nummer zu, um so die Anonymität der Schüler sicherzustellen. Weiterhin konnte ich so jeden Testbogen leichter und schneller zuordnen. Tabelle 3 gibt einen Überblick über die Probanden, sowie den zusätzlich erhobenen Daten Geburtsdatum bzw. Alter, Händigkeit und Mathematikzeugnisnote am Ende der vierten Klasse. Weitere persönliche Informationen waren für die Verwendung der Testverfahren und meine empirische Untersuchung nicht von Belang.[28]

Tabelle 3: Stichprobenübersicht

	Proband 1	**Proband 2**	**Proband 3**
Geschlecht	weiblich	weiblich	männlich
Alter	11;0 Jahre	11;0 Jahre	10;4 Jahre
Händigkeit	rechts	rechts	rechts
Mathematik-zeugnisnote	4	4	3

[28] Die durch einen umfassenden Anamnesebogen, sowie durch das ausführliche an der Diagnostik im ZTR anschließende Elterngespräch gewonnen Informationen sind für meine empirische Studie nicht weiter von Belang. Sie fanden aus datenschutzrechtlichen Gründen keinen Eingang in die Untersuchung

4.4 Ergebnisse

Zunächst stelle ich die Ergebnisse der drei verschiedenen Testverfahren für jeden Probanden einzeln dar. Dabei erfolgt die Auswertung des ZAREKI und DEMAT 4 testentsprechend mit Hilfe einer Normentabelle, welche einen Bezug zu der Vergleichsgruppe für die Subtestwerte, den Testgesamtwert und zusätzlich für den ZAREKI zutreffend, die aus den Faktoren gebildeten Indexwerte herstellt. Nach der Ermittlung der Subtestrohwerte können diese zum Testgesamtrohwert aufsummiert werden und auf den jeweiligen Normwert übertragen werden, der als Prozentrang[29] ablesbar ist und später beurteilt und interpretiert werden soll. Die Auswertung des JRT erfolgt im Prinzip parallel zur Testdurchführung anhand der sofortigen Kompetenzbewertung während des Lösens der Aufgabe. Anschließend an den Test können die Kompetenzbewertungen in eine übersichtliche Auswertungstabelle übertragen werden, welche jedem Sachgebiet und den dazugehörigen Unterthemen eine Bewertung hinsichtlich vollständiger, teilweise oder gar keiner erlangten Kompetenz zulassen.

Diese Beschreibung der Ergebnisse wird ohne vorhergehende Hypothesenbildung vorgenommen, anschließend erfolgt im Diskussionsteil eine hypothesengerichtete Auswertung und Interpretation der Daten.

4.4.1 Proband 1

Die Probandin erreichte im ZAREKI 104 von möglichen 118 Gesamtrohwertpunkten, was einem Prozentrang von 33 entspricht. 33% der Kinder aus der Vergleichsstichprobe erzielten gleich gute oder schlechtere Ergebnisse, 67% hingegen hatten bessere Testwerte. Die Werte für alle drei Indexe lagen jeweils auch in diesem Leistungsbereich, zwischen einem Prozentrang 31 und 39.

Das Wiederholen einer Aufgabenstellung durch den Testleiter war nur ein Mal notwendig, auffällig war aber das häufige lautstarke Memorieren der Aufgabenstellung durch die Schülerin selbst. Bei der Bearbeitung des Subtests Kopfrechnen wurde vom Testleiter beobachtet, dass der 11-Jährigen das Lösen der

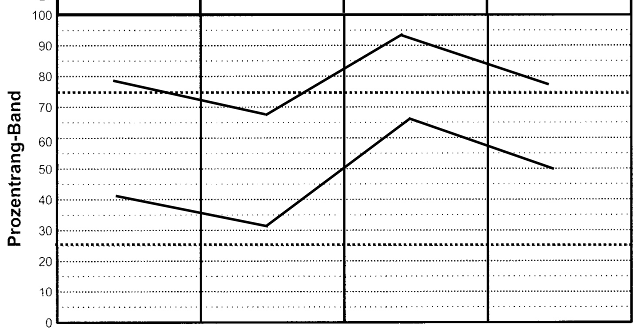
[29] Beim DEMAT 4 ist der Prozentrang unter Berücksichtigung der jeweiligen Vertrauensintervalle von 68% ablesbar und wird in den verwendeten Auswertungstabellen als Prozentrang-Band bezeichnet.

Aufgaben nur unter zu Hilfenahme der Finger als Zählhilfe gelang. Bei den Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Minuenden und Subtrahenden (z.B. 24 – 17) äußerte sie sofort, dass es ihr nicht möglich ist, diese Aufgaben im Kopf zu lösen.
Die Subtest- und Indexwerte sowie der Gesamtscorewert lagen insgesamt mit einer durchschnittlichen Leistung weder im kritischen- noch im Toleranzbereich.

Im DEMAT 4 zeigte die Schülerin in den Subtests Arithmetik und Sachrechnen eine durchschnittliche Leistung. Die Leistung im Subtest Geometrie kann als durchschnittlich mit Tendenz zu überdurchschnittlicher Leistung bewertet werden. Die Gesamttestleistung der Probandin liegt mit einem Prozentrang von 66 somit im durchschnittlichen Bereich, 66% der Vergleichsstichprobe erzielten gleich gute oder schlechtere Testwerte. In nachstehender Tabelle sind die Ergebnisse grafisch veranschaulicht.

Tabelle 4: Auswertung DEMAT 4 Proband 1 (Gölitz, Roick, Hasselhorn 2006)

	Subtest Arithmetik	Subtest Sachrechnen	Subtest Geometrie	Test-gesamtwert
Rohwert-Summe:	13	8	5	26
Prozentrang:	60	50	84	66



Im dritten Testverfahren, dem JRT, konnte eine kognitive Bruchstelle in der mathematischen Abstraktionskette bereits bei der Differenzbildung im pränumerischen Bereich, dem kardinalen Zahlbegriff und weiterführend dem dekadischen Zahlaufbau diagnostiziert werden. Die Probandin war in der Lage eine veranschaulichte Menge kardinal zu erfassen und strukturierte Mengen hinsichtlich ihrer Mächtigkeit zu vergleichen. Das Erkennen einer Differenz zweier paarweise zugeordneter Mengen (hier Steckwürfel) war möglich, das Bestimmen des exakten Differenzwertes nach einer Differenzerweiterung gelang jedoch nicht. Hier urteilte sie anhand der hinzugegebenen Würfel („3 mehr“) und nicht in Bezug auf den bereits vorhandenen Unterschied (Aufg. 2.2).[30]

Die Probandin war nicht in der Lage, Zahlen in Beziehung zueinander zu denken und Differenzen abstrakt, über automatisiertes Zahlbeziehungswissen, zu bestimmen (Aufgabenkapitel 3 und 4). Das Anwenden des Teil-Ganze-Konzeptes in Gleichungen (Aufgabenkapitel 25 und 26) war nur über einen experimentellen Lösungsweg ohne inhaltlichen Bezug möglich.

Der kardinale Zahlbegriff ist nicht entwickelt und der Zahlaufbau (Seriation) blieb bei der Schülerin unverstanden. Das Nichterkennen von Zahl- und Aufgabenbeziehungen aufgrund der nominellen Zahlvorstellung führte bei der Untersuchungsperson dazu, dass sie Lösungen nur durch Kompensationsmethoden erzielen konnte. Dazu benutzte sie vorwiegend das Zählverfahren mit Hilfe der Finger und entwickelte dabei mechanische Lösungsmuster, die sie rein schematisch anwendete ohne einen sachlogisch relevanten Bezug herzustellen.

Zahlnotationen erfolgten im mehrstelligen Zahlenbereich unter großer Anstrengung fehlerhaft (Aufgabenkapitel 10 und 11). Durch den unverstandenen kardinalen Zahlbegriff blieb ihr der Inhalt und die Symbolik des dekadischen Positionssystems verschlossen, die Bündelungs- und Stellenwertstruktur konnte nicht zum Lösen von Aufgaben genutzt werden (Aufgabenkapitel 12 und 13). Der Zusammenhang zur Grundaufgabe wurde bei den Aufgaben im Kapitel 14 und 15 nicht erkannt, demzufolge konnten die Lösungen nicht auf der Basis des dekadischen Positionssystems abgeleitet werden. Auch das Schätzen und Überschlagsrechnen in den Aufgabenkapiteln 27 und 28 konnte nur durch Raten gelöst werden, Wertigkeitsbeziehungen und –verhältnisse wurden nicht erfasst.

Die Grundrechenoperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division wurden von der Viertklässlerin inhaltlich nicht verstanden (Aufgabenkapitel 17). Demzufolge stellte das Lösen formaler Gleichungen eine immense Herausforderung dar. Aufgaben im Kopf zu rechnen gelang ihr, wenn überhaupt nur durch streng schematisches Vorgehen, verbunden mit aufwändigen Zählverfahren und subjektiven, sachlogisch falschen Algorithmen (Aufgabenkapitel 18 bis 24). Das Rechnen mit Größen (Aufgabenkapitel 29 und 30) sowie der Umgang mit und das Lösen von Sachaufgaben (Aufgabenkapitel 5 und 29 bis 32) gelang der Probandin gar nicht, das Modellieren eines angemessenen Lösungsansatzes war nicht möglich.

---

[30] Die nachfolgend in Klammern angegebenen Aufgaben bzw. Aufgabenkapitel beziehen sich auf den Jenaer Rechentest.

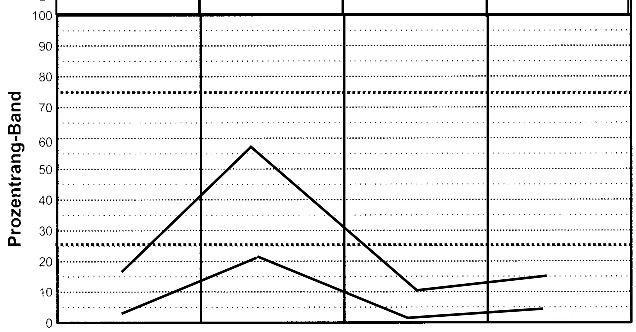
4.4.2 Proband 2

Der im ZAREKI erlangte Gesamtrohwert von 112 kommt einem Prozentrang von 72 gleich. Im Index 1, Kulturvermitteltes Zahlenwissen, erreichte die Probandin einen Punktwert von 75, somit einen Prozentrang von 76 und im Index 3, der visuell-analogen Zahlenrepräsentanz, den maximalen Punktwert von 14, der einem Prozentrang von 100 entspricht. Der Subtest Kopfrechnen Addition fällt mit einem ermittelten Prozentrang von 6 in den kritischen Bereich (unterhalb einer Standardabweichung) und führt zu einem Prozentrang von 31 für das Rechnen, den zweiten Index des Tests.
Als Äußerungen bei der Testdurchführung war nur die selbstkritische Aussage „Im Schätzen bin ich nicht so gut“ zu protokollieren, wobei die Probandin die Aufgaben zur perzeptiven und kontextuellen Mengenbeurteilung ohne Fehler löste. Als Lösungsstrategie für die vorgegebenen Kopfrechenaufgaben konnte das Abzählen mit Fingern notiert werden, was zu zwei Zählfehlern und somit falschen Ergebnissen führte.
Insgesamt liegen die Ergebnisse im oberen Bereich durchschnittlicher Leistung.

Die Viertklässlerin zeigte beim DEMAT 4 Verfahren in den Subtests Arithmetik und Geometrie sehr schwache, weit unterdurchschnittliche Leistungen. Die Leistungen im Subtest Sachrechnen hingegen kann als durchschnittlich bewertet werden. Insgesamt ist die Leistung der Schülerin mit einem Prozentrang von 7 als schwach und unterdurchschnittlich zu werten (vgl. Tabelle 5).

Tabelle 5: Auswertung DEMAT 4 Proband 2 (Gölitz, Roick, Hasselhorn 2006)

	Subtest Arithmetik	Subtest Sachrechnen	Subtest Geometrie	Test-gesamtwert
Rohwert-Summe:	5	7	0	12
Prozentrang:	6	39	3	7



Der qualitativ prozessanalytisch durchgeführte JRT wies keine erkennbaren Defizite im pränumerischen Bereich bei der Probandin auf. Die kognitive Bruchstelle in der mathematischen Abstraktionskette liegt im kardinalen Zahlbegriff. Der 11-jährigen gelang es nicht, eine Zahl als Repräsentant für eine festegelegte Anzahl der 1 zu verstehen. Deshalb wurden Zahl- und Aufgabenbeziehungen von ihr nicht erkannt (Aufgabenkapitel 3 und 4), die Seriationslogik nicht ableitend genutzt (Aufgabenkapitel 6 bis 9) und Gleichungen als ein Gefüge von Gesamt- und Teilmengen nicht verstanden (Aufgabenkapitel 25 und 26).

Da von ihr der Bezug zum dekadischen Positionssystem nicht gezogen werden konnte, erfolgten die Zahlnotationen im mehrstelligen Zahlenbereich unter hoher Konzentration und damit verbundenem großen Zeitaufwand fehlerhaft (Aufgabenkapitel 10 und 11). Trotz strengem Algorithmus kam es zu häufigen Verwechslungen von Zehnern und Einern, automatisiertes Wissen liegt in diesem Bereich nicht vor. Die Stellenwertstruktur im Zahlenraum bis 10 Millionen konnte beim Schätzen und Überschlagsbilden sowie beim Rechnen nicht korrekt genutzt werden.

Die Inhalte der Grundrechenoperationen Addition und Subtraktion wurden von der Untersuchungsperson als Rechenbefehl zum Vorwärts- bzw. Rückwärtszählen begriffen. Die sogenannten Grundaufgaben löste die Schülerin teils über memorierte, auswendig gemerkte Aufgabenbilder oder meist über das Zählverfahren. Hierbei zählte sie an einer mental vorgestellten Zahlenreihe die Ergebnisse aus. Aufgaben dieser Art im zwei- oder dreistelligen Zahlenbereich konnten von ihr nicht im Kopf gelöst werden, sondern nur, wenn sie sich die Gleichungen im schriftlichen Verfahren vorstellte (Aufgabenkapitel 14 bis16 und 18 bis 20). Multiplikation und Division wurden inhaltlich gar nicht verstanden. Bei Multiplikationsaufgaben konnte ein Ergebnis nur durch additives Auszählen, aber nicht durch Einsicht in die Struktur der Aufgabe erreicht werden.

Das Lösen von Sachaufgaben als eine verbale Umschreibung von Rechenoperationen sowie der Umgang mit Größen war nicht möglich (Aufgabenkapitel 5, 29 bis 32).

Insgesamt zeigte sich, dass die Schülerin die Kardinalität der Zahlen, die Grundrechenoperationen sowie die dekadische Struktur des Zahlaufbaus nicht verstanden hat. Eine Kompetenz liegt in diesen Bereichen nicht vor.

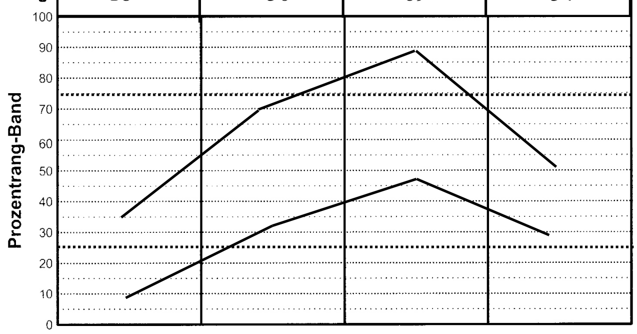
4.4.3 Proband 3

Die im ZAREKI erbrachten Leistungen entsprechen mit insgesamt 111 Rohwertpunkten einem Prozentrang von 63. Der Schüler erreichte im Index 1 einen Prozentrang von 45, im Index 2 einen Prozentrang von 83 und im Index 3 einen Prozentrang von 60.
Zusätzliche Äußerungen und eventuelle Strategien des Probanden wurden nicht protokolliert. Einzig auffällig war im Subtest Zahlenschreiben die reversive Schreibweise bei zweistelligen Zahlen. Hierbei notierte er erst die Einer- und dann die Zehnerstelle.
Die in den Subtests und den sich daraus ergebenden Indexen erbrachten Leistungen lagen im oberen Normbereich.

Der mit Hilfe des DEMAT 4 ermittelte Gesamtleistungsstand des Probanden ist mit einem Prozentrang von 34 als durchschnittlich zu bewerten. Er zeigte im Subtest Sachrechnen durchschnittliche Leistungen, in dem Subtest Geometrie durchschnittliche bis überdurchschnittliche Leistung und im Subtest Arithmetik schwache bis unterdurchschnittliche Leistungen, was grafisch in Tabelle 6 dargestellt ist.

Tabelle 6: Auswertung DEMAT 4 Proband 3 (Gölitz, Roick, Hasselhorn 2006)

	Subtest Arithmetik	Subtest Sachrechnen	Subtest Geometrie	Test-gesamtwert
Rohwert-Summe:	8	8	4	20
Prozentrang:	18	50	69	34



Mit Hilfe des qualitativ durchgeführten JRT konnte festgestellt werden, dass bereits das pränumerische Verständnis des Probanden nicht hinreichend entwickelt ist. Der Differenzwert zweier Mengen konnte nicht exakt bestimmt werden und der Inhalt des Begriffs Unterschied blieb unverstanden (Aufgabenkapitel 2). Darauf aufbauend blieb auch der kardinale Zahlbegriff und die dem Zahlenaufbau innewohnende Seriation unverstanden (Aufgabenkapitel 6 bis 9). Deswegen musste der Schüler zu Kompensationsstrategien greifen, um trotzdem zu einer Lösung zu gelangen. Während des gesamten Tests konnte beobachtet werden, dass er habtil-taktisch[31] an der vorgestellten Zahlenreihe zählte. Zusammenhänge wurden nicht erkannt, das Zahlbeziehungswissen ist nicht verstanden und somit auch nicht automatisiert.

Beim Notieren von diktierten Zahlen zeigte sich, dass der Viertklässler stets an der Einerstelle zu schreiben beginnt und dann den Zehner davor setzte. Er notierte die Zahlen nicht verständig, sondern nur nach einer für ihn formal gemerkten Regel. Deshalb war die stellengerechte Notation nicht automatisiert, was zu Zahlreversionen (34 statt 43) führte (Aufgabenkapitel 10 und 11). Das zeigt, dass die Bündelungsstruktur des dekadischen Positionssystem unverstanden blieb und die Stellenwertstruktur nicht zum Rechnen genutzt werden konnte (Aufgabenkapitel 14 bis 16).

Ebenfalls unverstanden blieben demzufolge die vier Grundrechenoperationen, welche der Proband mit Hilfe der Steckwürfel als Abbildung der jeweiligen Gleichung legte. Additions- und Subtraktionsaufgaben wurden durch Aufwärts- bzw. Abwärtszählen an einer geistig vorgestellten Zahlenreihe, teilweise unter Zuhilfenahme der Finger, gelöst. Arithmetische Aufgaben konnten nur rein schematisch durch das Aufsagen der Zahlwortreihe bei gleichzeitiger Kontrolle der Anzahl der Zählschritte unter vorrangiger Verwendung seiner Finger als Abzählhilfe gelöst werden. Wenn ihm die auszuführenden Zählschritte zu viel erschienen, löste er die Aufgabe gar nicht (z.B. 83 – 69). Seine Verweigerung begründete er damit, dass er ab einer gewissen Anzahl sich die Zählschritte nicht mehr merken könne. Aus dem Grund der unverstandenen operationalen Inhalte gelangen ihm auch keine richtigen Lösungen von einfachen Sachaufgaben (Aufgabenkapitel 5, 31 und 32), das Verständnis im Umgang mit Größen (Aufgabenkapitel 29 und 30)war ebenfalls nicht entwickelt.

[31] Unter einer habtil-taktischen Bewegung wird der Fingerdruck auf Körperteile verstanden, und/oder eine meist rhythmische Kopfbewegung, um die Merkfähigkeit der einzelnen Zählschritte durch Körperwahrnehmung zu unterstützen.

Die aufgezeigten Verständnisprobleme lassen auf fehlende Kompetenz im mathematischen Grundlagenbereich schließen.

5 Diskussion

Nachdem im Kapitel 4 die Empirische Untersuchung detailliert dargestellt wurde, soll nun eine inhaltliche, methodologische und praxisbezogene Diskussion der Befunde im Mittelpunkt stehen.

5.1 Inhalt

Die mittels der drei durchgeführten Testverfahren erhaltenen Ergebnisse sollen nunmehr einer eingehenden qualitativen Auswertung und Interpretation unterzogen werden. Im Vordergrund steht dabei das Finden/Formulieren von hypothesenbezogene/-gerichtete Antworten auf meine im Kapitel 3 erläuterten Fragestellungen.

5.1.1 Interpretation Testergebnisse

Betrachtet man die ZAREKI Testergebnisse lässt sich feststellen, dass die erbrachten Leistungen aller drei Probanden im Vergleich zur Normstichprobe als durchschnittlich zu bewerten und im oberen Normbereich einzuordnen sind. Den Anforderungen der einzelnen Subtests konnten die Viertklässler in einem guten Leistungsrahmen gerecht werden, gravierende Schwierigkeiten in bestimmten Bereichen der Zahlverarbeitung und des Rechnens wurden nicht offengelegt. Eine Interpretation dieses Ergebnisses lässt mathematische Kompetenz in den untersuchten Fertigkeitenbereichen kulturvermitteltes Zahlenwissen, Rechnen und visuell-analoge Zahlenrepräsentanz schließen. Bei *keinem* der drei Schüler lagen die Leistungen nur annähernd in dem vom Autor des Testverfahrens M. von Aster festgelegten Punktebereich für eine Dyskalkulie.

Bei der Verwendung des ZAREKI wurde festgestellt, dass sich die Items dieses Verfahrens vorrangig auf die Voraussetzung des Umgangs mit Zahlen beziehen: das Codieren und Decodieren von Zahlnamen und Ziffern sowie das Übertragen von

Zahlen auf einen, die Menge repräsentierenden Zahlenstrahl. Rechnen als zahlverarbeitende Funktion ist aber weitaus mehr als das Lesen und Übertragen von Zahlnamen und Ziffern bzw. das Vorwärts- und Rückwertsbewegen auf einem inneren Zahlenstrahl. Dazu gehört ferner „(...) das Denken von Zahlen als Zahlganzes in Bezug zu seinen teilen und das gedankliche Operieren mit diesem Wissen“ (Kwapis 2007).
Die Voraussetzungen des Umgangs mit Zahlen werden mit dem ZAREKI erfasst, aber die nominellen Leistungen (Abzählen, Reproduktion der Zahlwortreihe, Zahlenlesen, Zahlenvergleiche bei Zahlnamen und Ziffern) sind überrepräsentiert. Allein 75% der Rohwertpunkte können von einem geübten Rechenschwachen durch rein ordinales Denken erreicht werden. 20 von den verbleibenden 30 Rohwertpunkte können von zählenden Rechnern erzielt werden, so dass lediglich 8% (10 Rohwertpunkte) schwer oder gar nicht für Dyskalkulierer erreichbar sind und trainierte Rechenschwache damit in Nicht-Rechenschwache transformiert werden. Dem Test fehlen somit die Indikatoren, wie z. B. Operationsbegriffslosigkeit, für die Diagnose einer entwickelten Dyskalkulie. Die dafür notwendigen qualitativen Beobachtungen können zwar in den dafür vorgesehenen Bereichen innerhalb des Bewertungs- und Protokollbogens schriftlich festgehalten werden, finden aber in der Auswertung und Interpretation keinerlei Beachtung und Berücksichtigung (Kwapis 2007).[32]
Des Weiteren liefert das Verfahren laut Manual Hinweise für differentielle Hilfsangebote, die für lerntherapeutische Zwecke genutzt werden können. Welche das für die von mir untersuchten Probanden sein könnten, lässt sich nur erahnen, da hierzu keine weiteren konkreten Aussagen gemacht werden. An welchem Punkt intervenierend angesetzt werden müsste, liegt also frei in der Betrachtung des Testleiters.

Die Ergebnisse der Probanden 1 und 3 im DEMAT 4 lassen sich insgesamt als gute durchschnittliche Leistung im Vergleich zur Normstichprobe bewerten, obwohl fast alle Aufgaben nur mit Hilfe von Kompensationstechniken gelöst werden konnten. Das Verständnis mathematischer Inhalte kann im Sinne des Testverfahrens als

[32] Der ZAREKI als neuropsychologisches Testverfahren ist auf der Grundlage von klinischen Erfahrungen mit der Erforschung von Akalkulie, als eine ereignisbedingte hirnorganisch begründete Zahlenverarbeitungsstörung, heraus entstanden. Deswegen wurde er anfangs im klinischen Bereich der Dyskalkuliediagnostik eingesetzt.

durchschnittlich entwickelt betrachtet werden, was darauf schließen lässt, dass die schulbezogenen mathematischen Kompetenzen der Grundschulmathematik angeeignet wurden. Die Diagnose Dyskalkulie kann anhand der Testergebnisse nicht gestellt werden.
Die Leistung der zweiten Probandin hingegen liegt im unteren Bereich und kann als schwach bis unterdurchschnittlich eingestuft werden. Schlussfolgernd muss davon ausgegangen werden, dass die mathematischen Inhalte nicht verstanden und weiterführend die Bildungsstandards im Fach Mathematik nicht erreicht wurden. Die unterdurchschnittliche Gesamttestleistung legt seitens der Diagnose dieses Testverfahrens den Verdacht auf eine Rechenschwäche nahe.[33]

Auch im DEMAT 4 fehlen dyskalkulierelevante Items zur Diagnose einer Rechenschwäche und einer individuellen Differenzierung innerhalb dieser. Betrachtet man die Leistungen der einzelnen Subtests, geben diese Hinweise darauf, in welchen Bereichen der Mathematik der Schüler Schwierigkeiten hat. Auf welchen Ursachen diese Leistungsdefizite, aber auch gezeigte Leistungsstärken beruhen, bleibt dabei ungeklärt. So sind beispielsweise die Leistungen der zweiten Probandin und dem dritten Probanden im Subtest Sachrechnen im Vergleich zum Subtest Arithmetik auffällig. Die Leistungen beim Lösen von Sachaufgaben waren bei beiden Schülern weit aus besser, als die erbrachten Leistungen im Bereich der Arithmetik. Dies ist in so fern verwunderlich, da Sachaufgaben nichts anderes als eine verbale Umschreibung von Rechenoperationen sind.
Wie schon der ZAREKI ist auch der DEMAT 4 unsensibel gegenüber Fehlertypen. Richtige Lösungen mit katastrophalen Rechenweg werden positiv bewertet (z.B. 13 – 12 wird schriftlich gerechnet oder ausgezählt), da die Lösungsprozesse völlig außer Acht gelassen werden. Einzig die knapp bemessene Zeitvorgabe für die Bearbeitung der Aufgaben enttarnt rechenschwache Kinder, wie die Probandin 2, die aufgrund des Anwendens der immens zeitaufwendigen Kompensationsstrategien nicht in der Lage war, im zeitlich vorgegebenen Rahmen zu einem Ergebnis zu gelangen (Kwapis 2007).

[33] Die Diagnose von Rechenstörungen gilt als ein Anwendungsbereich des DEMAT 4. Im Manual selbst findet sich jedoch kein eindeutiges Kriterium, ab wann, ab welchen Prozentrangwerten eine Dyskalkulie zu diagnostizieren ist.

Der JRT offenbarte bei allen drei Probanden gravierende Verständnisdefizite bereits im Grundlagenbereich der Mathematik, die zu einem Bruch der Wissensadaption in der logisch-hierarchischen Abstraktionskette führte. Der Vergleich subjektiver Rechenleistungen und objektiver Anforderungen des mathematischen Gegenstandes deutet weiter darauf hin, dass das Verständnis mathematischer Inhalte in den vier Jahren Grundschulunterricht von den Schülern nicht ausreichend entwickelt und dementsprechend auch nicht gefestigt ist. Die geforderte mathematische Kompetenz im Sinne der Bildungsstandards für das Fach Mathematik wurden von keinem der Viertklässler erreicht.

Die kognitive Bruchstelle in der mathematischen Abstraktionskette konnte bei den Probanden 1 und 3 bereits im pränumerischen Bereich (Differenzbildung) festgestellt werden. Da das pränumerische Verständnis die Voraussetzung für das abstrakte Verständnis von Zahlen und Zahlverhältnisse ist (vgl. hierzu Kapitel 2.1), blieb der kardinale Zahlbegriff und der Zahlaufbau (Seriation) unverstanden. Hier setzt auch die kognitive Bruchstelle der zweiten Probandin ein. Weiterführend konnten der dekadische Zahlaufbau sowie die Grundrechenarten von den drei Schülern inhaltlich gar nicht erst verstanden werden.

Da die für das mathematische Lernen notwendigen Grundlagen nicht vorhanden sind, eigneten sich die Probanden Rechenkompensationsstrategien an, um trotz Unverständnis den Anforderungen des Mathematikunterrichts gerecht zu werden. Arithmetische Aufgaben konnten nur rein schematisch, unter zu Hilfenahme von Abzählhilfen gelöst werden, ohne jegliches Verständnis für die spezifischen kardinal-operativen Zusammenhänge. Dies führte zwar teilweise zu guten Leistungen gemessen an richtigen Rechenergebnissen, aber anhand der qualitativen Fehleranalyse und der Methode des „Lauten Denkens“ konnten die subjektiv umständlichen bzw. falschen über die Jahre angeeigneten Algorithmen offengelegt werden. Verglichen mit den mathematisch sachlogischen Algorithmen konnten Rückschlüsse auf das Verständnis mathematischer Inhalte und Operationen erzielt werden. Die Wissensmängel der mathematischen Abstraktionen wurden dadurch sichtbar und die Systematik der Rechenfehler lies sich aufschlüsseln und erklären.

Zusammenfassend betrachtet wurden bei allen drei Probanden gravierende grundlegende mathematische Verständnisdefizite festgestellt, die zwingend auf eine Rechenstörung als Teilleistungsstörung im Sinne der WHO, schließen lassen. Der Befund Dyskalkulie kann im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht abschließend erstellt

werden, da die Diskrepanzkriterien der WHO im Testverfahren nicht begutachtet wurden.
Aufgrund der ermittelten individuellen Lernstandsanalyse können nun konkrete Aussagen für eine auf Förderung abzielende Diagnostik gemacht werden, was die Probanden individuell verstanden haben und was unverstanden blieb, welche Kompetenzen erreicht wurden und welche nicht. Beginnend bei der jeweils analysierten Wissensbruchstelle (Pränumerik/Differenzerkennung/-bildung bzw. kardinaler Zahlbegriff) muss der systematische, auf Verständnis abzielende Neuaufbau des mathematischen Bewusstseins einsetzen. Durch gezielte, an der diagnostizierten Wissensbruchstelle ansetzende Interventionsmaßnahmen müssen die Verständnisdefizite im mathematischen Grundlagenbereich komplett neu aufgearbeitet werden, indem, der zahlenmathematischen Abstraktionslogik folgend, die Lücke bis zum Schulstoff geschlossen wird.

Insgesamt ist aus den Testergebnissen offensichtlich zu erkennen, dass die durchgeführten Testverfahren eine völlig unterschiedliche individuelle Qualität der mathematischen Kompetenz der Probanden ermittelten, was überblicksartig in Tabelle 7 dargestellt ist. Die verschiedenen Testmethoden ZAREKI, DEMAT 4 und JRT, angewandt auf denselben Untersuchungsgegenstand, der Ermittlung mathematischer Kompetenz am Ende der Grundschulzeit, haben nicht dasselbe erfasst, sie liefern absolut verschiedene Befunde.

Tabelle 7: Übersicht Testergebnisse aller Probanden und Verfahren

Testverfahren	**Proband 1**	**Proband 2**	**Proband 3**
ZAREKI	keine Dyskalkulie		
DEMAT 4	keine Dyskalkulie	Dyskalkulie	keine Dyskalkulie
JRT	Dyskalkulie		

Die Ergebnisse der drei Tests verdeutlichen, dass die diagnostizierten Mathematikleistungen für jeden Probanden zwischen den verschiedenen Testverfahren sehr unterschiedlich sind, obwohl sie inhaltlich alle vorgeben das Gleiche zu messen, nämlich mathematische Kompetenz. Solche Ergebnisabweichungen zwischen den Methoden werden im Kontext der Methodenforschung meist zum Anlass genommen, die Untersuchungsmethoden zu verbessern. Ich gehe umgekehrt vor und suche bewusst nach Diskrepanzen des Methodenvergleichs, die ich interpretativ nicht auf die Methoden an sich, sondern auf die Merkmale des Untersuchungsgegenstandes zurückführe (Bortz/Döring 2002).

5.1.2 Hypothesen

Zum Verständnis des Kompetenzbegriffes wird in der Klieme-Expertise (2007) in Übereinstimmung mit Weinert unter Kompetenzen „(...) die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ verstanden (2001, S. 27 f). Diese Definition schreibt Kompetenzen eine nutzbringende Eigenschaft zu, die Fähigkeit zu potentieller Leistung. Wenn durch das Messen von aufgabenbezogenen Leistungen auf die zugrunde liegende Kompetenz geschlossen wird, haben Kompetenzen keinen Eigenwert, sondern einen Nutzwert (vom Hofe u.a. 2005.; Rekus 2005). Bildungsstandards definieren demzufolge „Ziele für die pädagogische Arbeit, ausgedrückt als erwünschte Lern*ergebnisse* der Schülerinnen und Schüler“ (Klieme u.a. 2007, S. 19). Unter Kompetenzen werden in diesem Sinne weiterführend nichts anderes verstanden, als Ergebnisse des mathematischen Lernprozesses, die „in Aufgabenstellungen umgesetzt und prinzipiell mit Hilfe von Testverfahren erfasst werden können“ (ebd.). Kompetenzen können der Klieme-Expertise (2007) folgend *nur* leistungsbezogen erfasst und gemessen werden. Damit wird ein Widerspruch freigesetzt, der die auf den kultusministeriellen Beschlüssen basierenden mathematischen Kompetenzen als quantitative punktuell gemessene Leistung definiert. Nach Aussagen der Autoren Hermann (2005), Regenbrecht (2005) und Schmoll (2004) sowie auf der Grundlage meiner empirischen Befunde, stelle ich, bezogen auf meine erste Fragestellung folgende Hypothese auf:

> (1) Bildungsstandards sind Leistungsstandards. Sie beschreiben mathematische Leistungen, aber keine mathematische Kompetenz.

Das Messen und Beurteilen von Bildungs- im Sinne von Leistungsstandards im Fach Mathematik erfolgt über standardisierte und normierte Testverfahren, wie beispielsweise die in dieser empirischen Untersuchung verwendeten, der ZAREKI und DEMAT 4. Sie sollen Auskunft über das Vorliegen mathematischer Kompetenz am Ende der Grundschulzeit geben und dadurch das Erreichen der Bildungsstandards überprüfen. Den Autoren liegt die theoretische Annahme zugrunde, dass richtige Rechenergebnisse bei der Messung von Schülerleistungen als Nachweis für inhaltliche Kompetenz und andersrum falsche Rechenergebnisse für Belege mangelnder Kompetenz dienen. Rechenleistungen werden in diesem Sinne als Norm und Maßstab angesetzt, um über vorhandene mathematische Kompetenz zu urteilen (Steffen/Kwapis/Grütte 2008). Hier liegt jedoch eine Diskrepanz zwischen der eigentlichen Kompetenzdeklaration des Kultusministeriums und der Art und Weise zur Überprüfung dieser. Leistungsmessungen ermöglichen sicherlich in Bezug auf eine relative Fehlerhäufigkeit die Analyse des erreichten Leistungsstandes, aber an dem Sinn der Sache, das Überprüfen eines „gesicherten Verständnisses mathematischer Inhalte" (Beschlüsse der KMK, S. 4), gehen diese gänzlich vorbei. Eine in einem Test erbrachte Leistung kann nur aufgrund der Ergebnisse von Rechenaufgaben *keinen* Aufschluss geben, ob eine mathematische Kompetenz vorliegt.

Die gedankliche Fehlerquelle der zugrunde liegenden Annahme liegt in den Rechenkompensationsmethoden[34], welche beim Anwenden zu richtigen Ergebnissen führen und als Kompetenz gedeutet wird, obwohl eine absolute Inkompetenz in der Sache vorliegt. Trotz falscher Logik kann mit diesen Strategien ein richtiges Ergebnis zustande gebracht werden.[35] Und „dem Ergebnis, zumindest dem richtigen Ergebnis, kann das dem Lösungsprozess zugrunde liegende sachlogische Verständnis nicht mehr entnommen werden" (Steffen/Kwapis/Grütte 2008).

So konnte mittels der Fehleranalyse im JRT festgestellt werden, dass alle drei Probanden Lösungen unter zu Hilfenahme der Finger oder einer mental vorgestellten

---

[34] Darunter wird vor allem das begriffslose mechanische, rein zählende Operieren verstanden. Das Lösen von Aufgaben erfolgt durch Zählen unter zu Hilfenahme von äußeren Zählhilfen als Veranschaulichungsmittel (Finger oder kaum sichtbare taktile Bewegungen) oder durch Zählen im Kopf .

[35] An den folgenden Beispielen werden Lösungswege dargestellt, die trotz Inkompetenz zum richtigen Ergebnis führen:

65 – 38 = 27	48 – 23 = 25	52 – 4 = 48	16 – 8 = 8
60 – 30 = 30	4 – 2 = 2	4 – 2 = 2	8 – 10 = 2
8 – 5 = 3	8 – 3 = 5	50 – 2 = 48	6 + 2 = 8
30 – 3 = 27	2 + 5 = 25		

Zahlenreihe auszählen und damit zu richtigen Rechenergebnissen kommen können. Betrachte ich nur die Ergebnisse, wie in den quantitativen Testverfahren geschehen, diagnostiziere ich eine im Schnitt gute Leistung aller drei Probanden im ZAREKI und eine durchschnittliche Leistung der Probanden 1 und 3 im DEMAT 4. Schaue ich jedoch, wie die Kinder gerechnet haben und zum Ergebnis gekommen sind, fällt beim JRT auf, dass der logische Zahlaufbau von allen drei Viertklässlern inhaltlich nicht verstanden wurde.

Schüler haben am Ende von vier Jahren Grundschulzeit Kompetenzen im Fach Mathematik erst dann ausgebildet, wenn sie die Logik der Zahlenmathematik und deren zentrale mathematischen Zusammenhänge verstanden haben und dadurch angemessene Lösungswege zum Rechnen und nicht zum Zählen wählen können.
Folgt man diesen Überlegungen hinsichtlich der meiner Fragestellungen (2) bis (5), liegen folgende Hypothesen nahe:

(2) Standardisierte normierte Testverfahren messen keine mathematische Kompetenz im Sinne von Verständnis, sondern Leistungen.
(3) Die Fehlerquote eines Rechentests ist kein Maßstab für mathematisches Verständnis.
(4) Nur mit einem prozessanalytischen Testverfahren kann mathematisches Verständnis und die entsprechende Kompetenz gemessen werden.

Wenn quantitative Testverfahren mathematische Kompetenz als Leistung und nicht im Sinne von Verständnis messen, hat dies natürlich auch Auswirkungen auf die Diagnose einer Dyskalkulie. Wie die Ergebnisse meiner explorativen Untersuchung zeigen, konnte mit dem ZAREKI Verfahren eine Dyskalkulie bei allen drei Probanden ausgeschlossen werden. Das DEMAT 4 Verfahren diagnostizierte bei der zweiten Probandin sehr schwache Rechenleistungen, die sich unterhalb des Durchschnitts befanden, so dass von einer Rechenschwäche ausgegangen werden kann. Das dritte Testverfahren, der JRT, offenbarte massive Verständnisprobleme im Bereich der grundlegenden Logik der Zahlen und deren mathematischen Operationen bei allen drei Viertklässlern, so dass von einer gravierenden Dyskalkulie gesprochen werden kann. Daraus ergibt sich, bezogen auf meine Fragestellungen (6) und (7), nachfolgende Hypothese:

(5) Eine Rechenschwäche kann *nur* mittels qualitativer Verfahren, gemessen am zahlenmathematischen Verständnisgrad, diagnostiziert werden.

Ausgehend von diagnostizierten Verständnisdefiziten aus der qualitativen Diagnostik, aber auch von Leistungsdefiziten aus der quantitativen Diagnostik, stellt sich die Frage, wie diesen Defiziten durch intervenierende Maßnahmen entgegengewirkt werden kann. Der ZAREKI und DEMAT4 liefern Informationen in welchen Subtests bzw. mathematischen Bereichen Leistungsschwächen vorliegen. Worauf diese begründet sind und wie und vor allem ab welchen inhaltlichen Punkt ihnen oder einer diagnostizierten Rechenschwäche lerntherapeutisch entgegengewirkt werden kann, darüber machen beide Testverfahren keinerlei Aussagen. Aus dem JRT hingegen kann exakt entnommen werden, welche Kompetenzen vom Probanden bereits erworben wurden und wo die sogenannte Verständnisbruchstelle in der mathematischen Abstraktionskette liegt. Damit ist klar definiert, wo die intervenierenden Maßnahmen zur Aufarbeitung des mathematischen Verständnisses ansetzen müssen. Deshalb formuliere ich die Fragestellungen (8) und (9) betreffend abschließend folgende Hypothesen:

(6) Quantitative, standardisierte normierte Dyskalkulie-diagnoseverfahren geben keinerlei Aufschluss für direkte Interventionsmaßnahmen bei diagnostizierter Rechenschwäche.

(7) Qualitative Testverfahren für mathematische Kompetenzen diagnostizieren die Wissensbruchstelle, an der intervenierende Maßnahmen direkt ansetzen können.

5.2 Methodenkritik

Für die vorliegende Untersuchung wurde ein exploratives fallanalytisches Verfahren gewählt, welches das Ziel hatte Hypothesen hinsichtlich des Vergleichs verschiedener Untersuchungsmethoden zum Thema mathematische Kompetenzermittlung am Ende der Grundschulzeit zu gewinnen. Anhand einer kleinen Stichprobe wurde die Aussagefähigkeit dreier Testverfahren hinsichtlich der Thematik genauer untersucht.

Aus zeitlichen und ökonomischen Gründen war es im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich eine größere Anzahl von Viertklässlern hinsichtlich ihrer Kompetenzen im Fach Mathematik zu untersuchen. Es wurde eine bewusste Auswahl von Probanden gefällt, so dass nicht von einer Zufallsstichprobe gesprochen werden kann. Aber für die Zwecke der Untersuchung kann dies als vernünftig im Sinne von brauchbar eingestuft werden. Da es außer einer Altersbeschränkung für die Testperson keine weiteren Einschränkungen für den Einsatz der drei Testverfahren gibt, gehe ich von der Angemessenheit der eingesetzten Methode und der untersuchten Stichprobe aus.

Weiterhin wurde aus der Fülle von quantitativen Testverfahren zur Erfassung von Mathematikkompetenzen eine Auslese anhand der mir frei zugänglichen Verfahren getroffen. Durch vorliegende Untersuchung kann aufgrund der kleinen Auswahl von quantitativen Testverfahren nicht der Anspruch erhoben werden, Hypothesen zu gewinnen, die für die Grundgesamtheit der quantitativen Testverfahren hinsichtlich dieser Thematik generalisierende Aussagen zulassen. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich mit den gewonnen Hypothesen ausschließlich auf die Testergebnisse des ZAREKI und DEMAT 4, auch wenn von einer Übertragung dieser Ergebnisse auf Testverfahren, die ähnlich strukturiert sind und der gleichen theoretischen Annahme folgen, ausgegangen werden kann.

Eine umfassende Einschätzung mathematischer Kompetenzen sollte jedoch immer mehrdimensional erfolgen. Zusätzliche Faktoren, wie beispielsweise Hinweise zu medizinischen und psychosozialen Besonderheiten in der Entwicklung des Kindes sollten mit in die Diagnostik einbezogen werden, um das individuelle Profil mathematischer Kompetenzen zu vervollständigen. Hierzu zählen weiterhin Informationen über das gesamte schulische, familiäre und soziale Umfeld. Diese waren jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit und fanden somit keinen Einfluss auf die Ergebnisse der Untersuchung.

Eine weitere mögliche Fehlerquelle birgt der zeitliche Ablauf der Erhebungsphasen. Aufgrund der vorgegebenen Altersbeschränkungen und Anwendungszeiträume für die hier verwendeten Testverfahren konnte nur ein kurzer zeitlicher Freiraum zwischen den drei Erhebungszeitpunkten für jeden Probanden gelassen werden. Da die Aufgaben der Testverfahren in keiner Weise identisch sind, kann ein Übungseffekt zwar ausgeschlossen werden, jedoch kann sich das dreimalige Unterziehen eines mathematischen Tests innerhalb eines relativ geringen Zeitzwischenraums auf die Motivation und Anstrengungsbereitschaft der Probanden und somit auf die Testergebnisse ausgewirkt haben. Weiterhin muss bei den Ergebnissen bedacht werden, dass der DEMAT 4 unter streng vorgegebenen Bearbeitungszeiten durchgeführt wurde. Das kann eine zusätzliche Belastung für die Probanden darstellen.

Die verwendete Ausführung des JRT ist noch als Entwurf einer Arbeitsfassung anzusehen, welche sich hier einer ersten Erprobung unterzogen hat. Bei der Anwendung wurde offensichtlich, dass an der Version noch Verbesserungen möglich und notwendig sind.

Insgesamt ist der Test, vor allem für Kinder der Klassenstufe 5, zu umfangreich. Dies kommt vor allem dadurch zustande, dass zu viele Aufgaben im großen Zahlenbereich in den Test involviert sind. Als problematisch erwies sich, dass die Probanden bereits Aufgaben im zweistelligen Zahlenbereich nicht lösen konnten, aber der Test vorsieht, aufgrund der Klassenstufe Aufgaben bis in den 5-stelligen Zahlbereich lösen zu müssen. Sinnvoller wäre hier sicherlich, nach ermittelter Bruchstelle die Kinder nicht weiter mit Aufgaben zu belasten, von denen sie maßlos überfordert sind.[36] Vor allem die Aufgabenkapitel 6 bis 9, 18 bis 24 und 29 bis 32 fallen zu umfangreich aus. Kernpunkt des Testverfahrens ist schließlich die genaue Beobachtung, wie die Aufgaben gelöst werden und nicht das umfangreiche Abarbeiten von möglichst vielen Aufgaben.

Auch die Auswahl der Aufgaben sollte noch ein mal überdacht werden. So erscheint es für das Aufgabenkapitel 3 interessanter, nicht viele verschiedene Zahlzerlegungen zu nehmen, da man dann nicht sehen kann, ob zwischen den einzelnen Aufgaben der

[36] Zumal davon ausgegangen werden muss, dass Beeinträchtigungen der mathematischen Kompetenz den Grundlagenbereich betreffen. Wenn beispielsweise das dekadische Bündelungssystem von zehn Einern in einen Zehner nicht verstanden wurde, erscheint es als logisch, dass auch der Bündelungscharakter von zehn Zehnern in einen Hunderter nicht angewendet werden kann.

Zahlzerlegungen Verbindungen hergestellt werden, wie z.B. um 1 vergrößerte bzw. verkleinerte oder aber vertauschte Teilmengen. Besser wäre zwei Zahlen systematisch durch jeweilige Verminderung der Teilmenge um 1 zu zerlegen.[37] Dementsprechend müsste dieses Vorgehen auch für die Zahl 13 im Aufgabenkapitel 4 vonstatten gehen, um eventuell solche Kinder ausfindig zu machen, die die Zahlzerlegung bis zur 10 auswendig können. Bei der Zahlzerlegung bis 10 (Aufgabenkapitel 3) muss zusätzlich die Beobachtungskategorie Lösen durch Auszählen ergänzt werden.

Ob die Rechenoperationen inhaltlich verstanden sind, wird anhand des Handelnden Rechnens überprüft. Für das Überprüfen dieses Verständnisses der Mengeninklusion bzw. –exklusion wäre es aufschlussreicher eine Additions- und Multiplikationsaufgabe und die jeweils dazugehörige Umkehraufgabe der Subtraktion und Division zu wählen (z.B. 2 + 7 = 9 und 9 – 7 = 2, 3 x 4 = 12 und 12 : 3 = 4). Spätestens bei der Umkehraufgabe wird deutlich, ob die Teilmengen noch einmal extra gelegt werden. Um es dem Testleiter leichter zu machen, sollten entsprechende Beobachtungskategorien für die Kompetenzbewertung hinzugefügt werden.

Für das Aufgabenkapitel 10 und 11 sollten die Beobachtungskategorien differenzierter ausgewählt und durch zusätzliches Hinterfragen, im Sinne der Aufgabenbeispiele in Kapitel 12 geklärt werden, ob die Struktur des dekadischen Positionssystems verstanden wurde. Nur aus der Notation nach Gehör alleine kann noch nichts über das Verständnis der Bündelungsstruktur ausgesagt werden, da trotz Beherrschen des Zehnersystems aus Gewohnheit an der Notation von der Einerstelle beginnend festgehalten wird.

Enorm wichtig für die ganze Testdurchführung erscheint mir, im Manual explizit den Testleiter darauf hinzuweisen, bei allen Aufgaben die Lösungswege mittels offener Fragestellungen zu hinterfragen, um so den Lösungsweg herauszubekommen und nicht nur still zu beobachten.

[37] Die Gesamtmenge 9 wird z.B. erst in die Teilmengen 7 und 2 und anschließend in die Teilmengen 6 und 3 zerlegt. Im Anschluss kann man gleich überprüfen, ob die Zerlegung der 9 in 2 und wie viel neu überlegt werden muss.

5.3 Praxisbezug

Im Bereich der Teilleistungsstörungen hat die empirische Forschung von diagnostischen Verfahren zur Erfassung der Lese- Rechtschreibkompetenzen im Verlauf der letzten Jahrzehnte einen beachtlichen Aufschwung erfahren. Im Gegensatz dazu beschäftigt sich die pädagogisch-psychologische und medizinische Forschung seit ca. 20 Jahren überhaupt erst mit dem Erscheinungsbild, der Diagnose und Therapiemöglichkeit der Dyskalkulie. Um so weniger verwundert es, dass dieser recht jungen wissenschaftlichen Disziplin vor allem erst in den letzten Jahren mehr Aufmerksamkeit bezüglich der Diagnoseverfahren entgegengebracht wurde. Ausschlaggebend hierfür waren einerseits sicherlich die Ergebnisse der internationalen und nationalen Leistungsvergleichsstudien im Bereich der Mathematik rund um TIMMS und PISA und den daraus resultierenden bildungspolitischen Diskussionen. Andererseits kristallisierte sich aber auch eine große Nachfrage und Forderung seitens der Eltern, Lehrer, Psychologen und Dyskalkulietherapeuten heraus, Testverfahren zur Verfügung zu haben, die möglichst im Sinne einer Prophylaxe der Dyskalkulie das mathematische Verständnis der Kinder feststellen. Präventionsdiagnostik verfolgt dabei das Ziel, „(...) durch Untersuchung der ersten arithmetischen Kenntnisse und der zugehörigen Vorläuferfertigkeiten aus dem Bereich der Pränumerik mögliche Verständnis-schwierigkeiten so früh wie möglich aufzudecken“ (Wehrmann 2007, S. 336f).

An diesen Überlegungen anknüpfend wird ersichtlich, dass Dyskalkulie nicht als ein rein schulisches Problem zu betrachten ist, nur weil es meist erst in dem Kontext der schulischen Anforderungen sichtbar wird. Aktuelle Forschungsergebnisse zeigen, dass bereits im Vorschulalter der Grundstein für ein mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen gelegt wird. Krajewski fand mit ihrer Langzeitstudie zum Thema „Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rehchenschwäche“ heraus, „(...) dass dieses Wissen auch eine starke prädiktive Kraft für die Vorhersage von Mathematikleistungen hat. Als spezifisches Vorläuferwissen der Grundschulmathematik kann es darüber hinaus recht zuverlässig Kinder identifizieren, die später Schwierigkeiten mit dem Rechnen haben werden“ (Krajewski 2005, S. 66). Bestimmte Basiskompetenzen lassen sich also bereits im Vorschulalter ausmachen, die so eine Früherkennung später drohender arithmetischer Verständnisschwierigkeiten ermöglichen.

Dabei wird weiterhin deutlich, dass der Beginn einer Rechenschwäche möglichst frühzeitig erkannt werden sollte, um so den individuellen Lernprozess der Kinder mit gezielten intervenierenden Maßnahmen unterstützen zu können. Testverfahren zur Ermittlung mathematischer Kompetenzen müssen also gleichzeitig Antwort auf die Fragen geben, was ein Schüler nicht weiß und vor allem wo genau die Förderung im Rahmen des lernhierarchischen Gegenstandes der Zahlenmathematik dementsprechend ansetzen muss.

Aus dieser praktischen Notwendigkeit von Prävention und Intervention wird offensichtlich, dass eine klare Differenzierung von Testverfahren zur Erfassung von Mathematikleistungen einerseits und Testverfahren für die Erfassung mathematischer Kompetenz, im Sinne von Verständnis der Inhalte, andererseits erforderlich ist. Eine reine Leistungsmessung, wie sie in jeder Mathematikarbeit stattfindet, kann nicht als kompetenz- und damit verständnisüberprüfendes Diagnoseinstrument genutzt werden. Die hier vorgestellte Untersuchung zeigt weiterhin, dass alleine die Zeugnisnote im Fach Mathematik *kein* objektives Kriterium zur Beurteilung des mathematischen Verständnisses ist. Auch hier muss von einer Bewertung der erbrachten Leistung gesprochen werden, die keinerlei Aussagen über den Verständnisgrad der mathematischen Inhalte zulässt. Der Leistungsstand rechenschwacher Kinder ist infolge der Kompensationstechniken meist weitaus größer als die mathematischen Einsichten, so dass 30-40% der betroffenen Kinder notenunauffällig sind (Kwapis 2007). Die Mathematikleistung der in dieser Fallanalyse vorgestellten Probanden wurde am Ende der vierten Klasse mit der Zeugnisnote 3 als befriedigend bei dem Probanden 3 bzw. mit der Zeugnisnote 4 als ausreichend bei den Probanden 1 und 2 bewertet (siehe hierzu Tabelle 3, S. 40). Gerade weil Mathematik als ein Hauptfach betrachtet wird und damit entscheidenden Einfluss auf die Empfehlung für die weitere schulische Laufbahn eines Schülers hat, erscheint es um so wichtiger, herauszufinden, warum die Leistungen „nur“ befriedigend bzw. „nur“ ausreichend sind.

Der Kenntnisstand vieler Pädagogen, Psychologen, Erziehungswissenschaftler und Mathematiklehrer hinsichtlich Dyskalkulie ist auch heutzutage teilweise noch mangelhaft. Hier muss bereits während des Studiums mit aufklärenden und weiterbildenden Angeboten angesetzt werden. Nur so kann frühzeitig ein Verständnis für und Wissen über die Thematik angeeignet, sowie ein

Urteilsvermögen über die Aussagequalität der zur Verfügung stehenden Testverfahren entwickelt werden.

5.4 Zusammenfassung

Aus den neusten und aktuellsten wissenschaftlichen Forschungen und Diskussionen zum Thema, weisen die Autoren Steffen/Kwapis/Grütte (2008), Wehrmann (2007), Gaidoschik (2003) sowie der Bundesverband Legasthenie/Dyskalkulie (vgl. u.a. Wehrmann 2007) ausdrücklich darauf hin, dass quantitative standardisierte Testverfahren, wie beispielweise der ZAREKI und DEMAT 4, *nicht* den notwendigen Anforderungen einer umfassenden Erfassung mathematischer Kompetenzen und der Dyskalkuliediagnostik gerecht werden. Zu diesem abschließenden Ergebnis komme auch ich in dieser empirischen Untersuchung. Standardisierte normierte Untersuchungsmethoden dienen eigens der Erfassung von individuellen Mathematik*leistungen*, gemessen an der quantitativen Ermittlung von Fehlerhäufigkeiten. Arithmetisches Verständnis wird folglich als normierte Leistung beim Hervorbringen von Rechenergebnissen begriffen, wobei das subjektive sachlogische Verständnis im Sinne inhaltlicher Kompetenz an der Anzahl richtiger Ergebnisse gemessen wird.

Insgesamt zeigte sich, dass die in dieser Untersuchung verwendeten Testverfahren nach ihren Anwendungsgebieten in Leistungstests und Kompetenztests für das Fach Mathematik am Ende der Grundschulzeit differenziert werden müssen. Dabei sind der ZAREKI und DEMAT 4 zur ergebnisorientierten Erfassung von Leistungsmerkmalen und zur reinen Differenzierung von Leistungsstärken und –schwächen geeignet. Aussagen über vorliegendes mathematisches Verständnis im Sinne von Kompetenz und die sich darauf beziehende Diagnose von Dyskalkulie lassen sie jedoch nicht zu. Hierfür muss qualitativ prozessanalytisch vorgegangen werden, wie das in dem hier vorgestellten Jenaer Rechentest geschieht.

6 Ausblick

Die vorliegende Arbeit gibt keinesfalls einen umfassenden Überblick über die Thematik der mathematischen Kompetenzermittlung am Ende der Grundschulzeit. Sie möchte aber Anregungen für weitere Untersuchungen auf diesem Gebiet geben. Ein an die Ergebnisse anknüpfendes Ziel wäre, die durch die Einzellfallanalyse angeregten Hypothesen auf den Anspruch ihrer Allgemeingültigkeit zu überprüfen. Damit einher geht somit die Forderung nach „(...) hypothesenprüfenden Untersuchungen, die die im Einzelfall beobachteten Regelmäßigkeiten oder Zusammenhänge an repräsentativen Stichproben bestätigen“ (Bortz/Döring 2002, S. 579). In einer Nachfolgestudie sollten die von mir aufgestellten Hypothesen entsprechend verifiziert oder falsifiziert werden. Dies sollte sich jedoch in einem größeren empirischen Rahmen als die vorliegende Arbeit bewegen um allgemeingültige statistische Aussagen zu erhalten.

Allgemein bleibt festzuhalten, dass das Mathematiklernen spielerisch und entdeckend bereits in den frühen Kindheitstagen beginnt und mit dem Eintritt in die Schule ein begriffliches Verständnis mathematischer Sachverhalte fordert. Ziel mathematischer Bildung sollte aber nicht nur das Abarbeiten von Einzel-Standards unter bestimmten Leistungserwartungen sein. Denn dann „besteht die Gefahr, dass der Unterricht aus Sorge um Standarderfüllung zu einer Testvorbereitungsunternehmung degeneriert („Teaching to the Test“)“ (Blum 2006, S. 18). Vielmehr kommt es drauf an Kindern die Mathematik als unverzichtbaren Teil unseres Alltags näher zu bringen. Ziel sollte es sein, Kindern das Potential zu vermitteln, alltagspraktische Anforderungen aus dem mathematischen Bereich anwendungsorientiert bewältigen zu können.

7 Literaturverzeichnis

Artelt, C./Riecke-Baulecke, T. (2004): Bildungsstandards: Fakten, Hintergründe, Praxistipps. München: Oldenburg

Baumert, J., Artelt, C., Klieme, E., Stanat, P. (2001): PISA – Programme for International Student Assessment. Zielsetzung, theoretische Konzeption und Entwicklung von Messverfahren. In: Weinert, F.E. (Hrsg.) (2001): Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim: Beltz, S.285-310

Blum, W./Drüke-Noe, C./Hartung, R./Köller, O. (2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen

Bortz, J./Döring, N. (³2002): Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler. Berlin/Heidelberg: Springer.

Bundesministerium der Justiz (1990): Sozialgesetzbuch VIII (unter http://www.gesetze-im-internet.de/sgb_8/__35a.html, Zugriff am 09.09.2008)

Der Brockhaus in drei Bänden (²1995). F.A. Brockhaus: Leipzig - Mannheim

Dilling, H./Mombour, W./Schmidt, M. H. (Hrsg.) (⁵2005): Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10 Kapitel V (F). Klinisch-diagnostische Leitlinien (WHO). Bern: Hans Huber.

Fuson, K. (1988): Children´s counting and number concept. New York/Berlin/Toronto/Paris

Gaidoschik, M. (²2003): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. Horneburg: Persen

Gölitz, D., Roick, T., Hasselhorn, M. (2005): Deutsche Mathematiktests für dritte und vierte Klassen (DEMAT 3+ und DEMAT 4). In: Hasselhorn, M., Marx, H., Schneider, W. (Hrsg.) (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, S. 167-186

Gölitz, D., Roick, T., Hasselhorn, M. (2006): DEMAT 4. Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen. Göttingen: Hogrefe

Grissemann, H., Weber, A. (^{4}2000): Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie. Diagnostik und Interventionen bei speziellen Rechenstörungen als Modell sonderpädagogisch-kinderpsychiatrischer Kooperation. Bern: Hans Huber

Hasemann, K. (^{2}2007): Anfangsunterricht Mathematik. München: Elsevier.

Hasselhorn, M., Marx, H., Schneider, W. (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen, -kompetenzen und –schwächen: Eine Einführung. In: Hasselhorn, M., Marx, H., Schneider, W. (Hrsg.) (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, S. 1-4

Herrmann, U. (2005): Fördern „Bildungsstandards" die allgemeine Schulbildung? In: Rekus, J. (Hrsg.) (2005): Bildungsstandards, Kerncurricula und die Aufgabe der Schule. Münster: Aschendorff, S. 24-52

Klauer, K. J. (2003): Kommentar: Zur Diagnostik mathematischer Kompetenzen. In: Fritz, A./Ricken, G./Schmidt, S. (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz, S. 349-358

Klieme, E./Avernarius, H./Blum, W./Döbrich, P./Gruber, H./Prenzel, M./Reiss, K./Riquarts, K./Rost, J./Tenorth, H.-E./Vollmer, H.J. (Bundesministerium für Bildung und Forschung Hrsg.) (2007): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise. Bonn, Berlin

Köller, O., Baumert, J., Bos, W. (2001): TIMSS – Third International Mathematics and Science Study. Dritte internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. In: Weinert, F. E. (Hrsg.) (2001): Leistungsmessungen in Schulen. Beltz: Weinheim, S. 269-284

Krajewski, K. (2005): Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rehchenschwäche. In: Hasselhorn, M., Marx, H., Schneider, W. (Hrsg.) (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, S. 49-70

Kwapis, J. (2007): http://www.ztr-rechenschwaeche.de/forum/viewtopic.php?t=468 &highlight= (Zugriff am 09.09.2008)

Lobeck, A. (²1996): Rechenschwäche. Geschichtlicher Rückblick, Theorie und Therapie. Luzern: Ed. SZH/SPC

Lorenz, J.-H./Radatz, H. (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag

Lorenz, J. H. (2003): Überblick über Theorien zur Entstehung und Entwicklung von Rechenschwächen. In: Fritz, A./Ricken, G./Schmidt, S. (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz, S. 144-162

Lorenz, J. H. (2005): Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. In: Hasselhorn, M., Marx, H., Schneider, W. (Hrsg.) (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, S. 30-48

Maier, H. (1990): Didaktik des Zahlbegriffs. Ein Arbeitsbuch zur Planung des mathematischen Erstunterrichts. Hannover: Schroedel

Moser Opitz, E. (2001): Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen. Bern: Haupt.

Padberg, F. (²1992): Didaktik der Arithmetik. Mannheim: BI-Wiss.-Verlag

Padberg, F. (1997): Einführung in die Mathematik I. Arithmetik. Heidelberg: Spektrum

Piaget, J./Szeminska, A. (1975): Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart: Klett.

Regenbrecht, A. (2005): Sichern Bildungsstandards die Bildungsaufgabe der Schule? In: Rekurs, J. (Hrsg.) (2005): Bildungsstandards, Kerncurricula und die Aufgabe der Schule. Münster: Aschendorff, S. 53-76

Rekus, J. (2005): Nationale Bildungsstandards – Grundlage von Schulqualität? In: Rekurs, J. (Hrsg.) (2005): Bildungsstandards, Kerncurricula und die Aufgabe der Schule. Münster: Aschendorff, S. 77-90

Ricken, G. (2003): Psychometrische und entwicklungsorientierte Verfahren zur Diagnostik des Rechnens. In: Fritz, A./Ricken, G./Schmidt, S. (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz, S. 260-282

Schmoll, H. (2004): Bildungsstandards als Lebensretter der Schule? In: Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (Hrsg.) (2004): Gymnasium mit neuem Profil. Freiburger G8-Forum Dokumentation (PDF-Datei unter http://www.km-bw.de/servlet/PB/-s/1546fn4j0qfhf276s6vhdbvt8enccur/ show/1099262/ freiburger_g8_forum_dokumentation. pdf, Zugriff am 09.09.2008)

Schuchardt, K./Hasselhorn, M. (2005): Übersicht über aktuell verfügbare deutschsprachige Testverfahren zur Erfassung von Mathematikleistungen, -kompetenzen und –schwächen. In: Hasselhorn, M./Marx, H./ Schneider, W. (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, S. 301-313

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. Neuwied: Luchterhand.

Steffen, O./Kwapis, J./Grütte, D. (2008): Der Jenaer Rechentest. Unveröffentlichtes Manual und Testbögen

vom Hofe, R./Kleine, M./Blum, W./Pekrun, R. (2005): Zur Entwicklung mathematischer Grundbildung in der Sekundarstufe I – theoretische, empirische und diagnostische Aspekte. In: Hasselhorn, M./Marx, H./ Schneider, W. (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe, S.263-292

von Aster, M. (2001): Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI). Frankfurt am Main: Sweets Test Services

von Aster, M. (2003): Neurowissenschaftliche Ergebnisse und Erklärungsansätze zu Rechenstörungen. In: Fritz, A./Ricken, G./Schmidt, S. (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz, S.163-178

Wehrmann, M. (2007): Qualitative Diagnostik der Rechenschwäche. Bedeutung der differenzierten Diagnostik im Lernprozess. In: Schulte-Körne, G. (Hrsg.) (2007): Legasthenie und Dyskalkulie: aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft. Bochum: Winkler, S. 333- 337

Weinert, F. (2001): Vergleichende Leistungsmessungen in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In: Weinert, F. (Hrsg.) (2001): Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim: Beltz, S. 17-31

Zentrum zur Therapie der Rechenschwäche (ZTR) (2008): http://www.ztr-rechenschwaeche. de/index.php?article_id=15&clang=0 (Zugriff am 09.09.2008)

Ich erkläre, dass ich vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe.
Seitens der Verfasserin bestehen keine Einwände, die vorliegende Magisterarbeit für die öffentliche Nutzung zur Verfügung zu stellen.

Erfurt, den 09.09.2008 Jessica Ehnes