R. Wieneke, J. Kwapis, T. Bomblys, I. Nill, O. Steffen[1]

Rechenschwäche-typische Lösungs- und Fehlermuster bei den Orientierungsarbeiten der 2. Klasse 2004 (in Berlin, Brandenburg, Bayern)

Mit viel Presse-Rummel – jedenfalls in Berlin – wurde eine Pisa-Konsequenz, nämlich die Einführung verschärfter, einheitlicher Leistungskontrollen mit egalitären Maßstäben öffentlich besprochen. Es wurden Bedenklichkeiten aller Art geäußert: Standen die Lösungen der Aufgaben bereits im Internet? Sind die Aufgaben viel zu schwer? Warum misst sich Berlin/ Brandenburg ausgerechnet an Bayern? Wird die Latte nicht viel zu hoch gehängt? Evaluationsfanatiker wandten ein, dass der, der lehrt, nicht gleichzeitig auswerten darf.
Wir haben uns eine ganz andere Frage gestellt: Kann man an Hand der Vergleichsarbeiten Aussagen über den individuellen Rechner mit seinen Stärken und Schwächen und Rechenschwächen treffen?

Das ZTR hat eine interne Studie der Orientierungsarbeiten 2003 gemacht. Den bei uns in Therapie befindlichen Kindern (ab Klasse 3), die am Anfang der Therapie noch keinen vollständigen Zahlbegriff entwickelt hatten, wurde die Version 2003 vorgelegt. Anschließend wurden sie zu Ihren Lösungen mit der Methode des „lauten Denkens“ befragt. Daraus ist eine Fallsammlung von Fehlermustern, problematischem Lösungsvorgehen und eine Sammlung von aufschlussreichen Kommentaren geworden.
Wir haben versucht, die Übertragung der Studienergebnisse auf die neuen Arbeiten in 2004 so verständlich wir möglich darzustellen, damit auch Eltern, die vermuten, dass bei ihren Kindern beim Rechnen so einiges im Argen liegen könnte, an den Arbeiten ihrer Kinder sich ihr eigenes Bild machen können. Die Lehrerinnen und Lehrer möchten wir ermuntern, die rechenschwäche-typischen Fehlermuster bei der Auswertung zu berücksichtigen, denn nur eine fehleranalytische Auswertung kommt den Ursachen der Rechenprobleme auf die Spur.

Wir unternehmen hier den Versuch, Flüchtigkeitsfehler, die auf Unkonzentriertheit beruhen und rechenschwäche-typisches Lösungsverhalten zu unterscheiden. Zunächst analysieren wir die Aufgaben hinsichtlich des Schwierigkeitsgrades und hinsichtlich der Anforderungen, die an die mathematischen Einsichten des Rechners gestellt werden und stellen dann die rechenschwäche-trächtigen Lösungen vor.[2]

---

[1] Die Autoren sind Leiter der Zentren zur Therapie der Rechenschwäche (ZTR): R. Wieneke – Leiter des ZTR Berlin und Fürstenwalde; Dr. J. Kwapis – Leiter des ZTR Potsdam, Dessau-Wittenberg, stellvertretender Leiter des ZTR Fürstenwalde; T. Bomblys – Leiter des ZTR Oberhavel (Oranienburg); I. Nill – Leiterin des ZTR Spandau; Dr. O. Steffen – Leiter des ZTR Halle, Leipzig

[2] Frage an die Testentwickler vom Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung: Wie wir aus der Textverständnis-Studie entnehmen konnten, sehen Sie bei Vorliegen einer Legasthenie einen besonderen Auswertungsschlüssel vor. Analog haben wir in den Mathematik-Orientierungsarbeiten in 2003 keinen Auswertungsschlüssel für Rechenschwäche gefunden. Halten Sie Rechenschwäche für unbedeutend oder nicht existent?

Aufgabe 1

Bleibt unkommentiert, da selbst zählende Rechner diese Aufgabe lösen können. Die Frage verbleibt im Bereich der Voraussetzungen des Rechnens (formelle Kenntnis der Zahlenreihe).

Aufgabe 2

Wie geht es weiter? Schreibe die nächsten Zahlen auf.

61, 56, 54, 49, 47, ___, ___, 35

Anforderungsprofil
Bei der Zahlenserie 61, 56, 54, 49, 47 muss

1. die Differenz zwischen den aufeinanderfolgenden Zahlen bestimmt werden (-5, -2, -5, -2)
2. aus den wiederkehrenden Differenzen die Logik der Serie bestimmt werden (-5, -2)
3. die serielle Logik ab 47 (42, 40) angewendet bzw. ausgerechnet werden.

Die Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
Allein die Fragestellung („Wie geht es weiter?“) veranlasst rechenschwache Kinder zu mancherlei sachfremden moralischen Überlegungen (etwa: „Kopf hoch“ oder „immer nach vorne schauen“). Jetzt soll es aber „weitergehen“ bei den Zahlen 61, 56, etc. Da rechenschwache Kinder „ziffrige“ Denker sind, sie also die 61 nicht in ihrem mengenmäßigen Gehalt sehen, erfassen sie diese Zahl als 6 vorne und 1 dahinter oder die 56 als zuerst 5 und dahinter 6. Wegen der nicht kardinalen, nicht mengentheoretischen Denkweise scheitern rechenschwache Kinder bereits bei der 1. Anforderung, weil diese Aufgabe eine *Analyse* der Zahlbeziehungen vor der Ausführung einer Rechnung verlangt. Außerdem steht noch nicht einmal da, was gerechnet werden soll („Wie geht es weiter?“). Daher kommt es zu an Hilflosigkeit grenzenden Lösungen:

a) **Lösung: 100, 13, 50.**
Notation der Lieblingszahlen, magischen Zahlen (100, 13, 50) oder des Geburtsjahres (95, 96 oder 19 und 95 oder 19 und 96)

b) **Lösung 47, 46, 45 oder 47, 48, 49**
Notation der Vorgänger wie beim Rückwärtszählen (47, 46, 45), Notation der Nachfolger wie beim Vorwärtszählen (47, 48, 49) – (Wie heißt es doch im Text: „Schreibe die nächsten Zahlen auf“.)

c) **Lösung 74, 53, 94, 16, 65**
Notation von Zahlendrehern der in der Aufgabe angegebenen Zahlen (Bei der Orientierungsarbeit in 2003 wäre die 1. Zahl mit diesem Verfahren sogar richtig gewesen.)

Aufgabe 3a

Rechne aus. Die Kästchen kannst du für deinen Lösungsweg benutzen.

a)

4	7	+	4	6	=		

Anforderungsprofil
Stellenüberschreitendes Rechnen, Addition bei größerem 2. Summanden (sprich: hier sind die Zählwege lang)

Die Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
„Solche Aufgaben kenne ich“ oder „Hier weiß ich endlich, was ich rechnen soll“ (zählen) und „vorwärts zählen kann ich eh besser“.

a) Lösung 92 oder 82
Diese Fehler um –1 bzw. – 10 entstehen durch typische Zählweisen von Dyskalkulierern. Sie zählen entweder 47, 48, 49, ... also alle 46 Schritte vorwärts – was sehr schwierig ist – und landen, weil sie die 47 mitgezählt haben bei 92 oder sie zählen getrennt nach Zehner und Einer (47, 48, 49, 50, 51, 52 – insgesamt + 6 und dann 52, 62, 72, 82)

b) Lösung 813
7 + 6 = 13 (wird sofort notiert) und 4 + 4 = 8 (wird vor Zwischenergebnis 13 gesetzt). Es handelt sich um eine „konsequente“ ziffrige Behandlung von Einern und Zehnern.

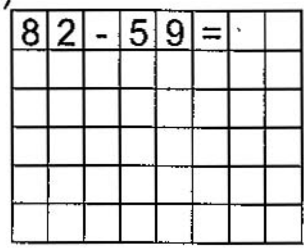
c) Lösung 21, 20, 19
„Weil“ 7 + 6 = 12 (mit Fehler um 1) oder 13 ist, ergibt die weitere Summation von 8 (Summe aus 4 + 4 und nicht aus 40 + 40) entweder 21, 20 oder gar 19.

d) Lösung 93 (richtige Lösung)
Aber: In der Nebenrechnung ist erkennbar, dass bereits das schriftliche Verfahren zur Anwendung kommt. Hier kann jede einzelne Stelle ausgezählt werden und man braucht nicht 46 Zählakte sondern nur insgesamt 10. Das schriftliche Verfahren – obwohl erst in der 3. Klasse gelehrt – ist *das* Instrument schlechthin, weil sich selbst bei „großen“ Zahlen alles verhält wie im Zahlenraum 1 – 20. Mit diesem Verfahren lässt sich auch mit dem Fehler um –1 rechnen (Lösung dann 82 oder 92).

Aufgabe 3b

Rechne aus. Die Kästchen kannst du für deinen Lösungsweg benutzen.

b)



Anforderungsprofil

Subtraktion mit Verständnis von Entbündelung. Da die Differenz zwischen Minuend (82) und Subtrahend (59) groß ist, sind die Zählwege auch bei additiv-ergänzendem Zählen (von 59 bis 82) lang, was – aus Sicht des rechenschwachen Kindes – sehr gemein ist.

Die Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern

2 – 9 geht nicht, also muss ich was anderes machen. „Von bis“ rechnen? Oder umdrehen?

a) Lösung 37 oder 27

Dies ist eine sehr dyskalkulie-verdächtige Lösung (Der Schüler hat sich für „Umdrehen“ entschieden). Es handelt sich um den am häufigsten auftretenden Fehler: Minuend-/ Subtrahendtausch im Einerbereich. Der Rechner steht vor einem Dilemna: 80 – 50 = 30, aber 2 – 9 geht ja nicht. Statt von 9 bis 12 zu ergänzen, wird 9 – 2 gerechnet. Entweder wird die Entbündelung vermerkt (dann ist das Ergebnis 27) oder nicht vermerkt (dann Ergebnis 37).

b) Lösung 19

Der Lösungsweg ist: 80 – 50 = 30 – 9 = 21 – 2 = 19. Dies ist der sogenannte „Klappfehler“. Ein Teil dessen von dem abgezogen wird (82), wird von sich selbst abgezogen (82 – 2). Während der rechenschwache Schüler bei Subtraktionen zur Verkehrung der Operationsrichtung neigt (Addition statt Subtraktion), wird hier „konsequent“ alles subtrahiert, auch das, was nicht abzuziehen ist.

c) Lösung 24

Es wird mit dem Fehler um +1 von 59 bis 83 gezählt, also 59, 60, 61, etc. und die Differenz erhöht sich, weil die 59 mitgezählt wurde um +1. Möglich ist auch von 82 alle 59 Schritte rückwärts zu zählen, dies dauert allerdings sehr lange und führt zu sehr zufälligen Ergebnissen. Wenn die Zeit nicht reicht, wird „aus dem Bauch heraus“ notiert.

d) Lösung 59

Der schnelle und fleißige Zähler zählt von 82 abwärts und erreicht die Zahl 59 und stutzt. Er denkt, er ist „fertig“ und notiert 59.

e) Lösung 82

Der Zähler macht eine additiv zählende Ergänzung und zählt 59, 60, 61, 62, 63, 64, kommt dabei richtig in Schwung und vergisst, *warum* er zählt, nämlich um hinterher an den Fingern bei penibler Buchführung (23 Finger-Bewegungen müssen „überblickt“ werden) die Differenz festzuhalten. Das Zählverfahren dominiert jetzt den Zweck (Differenzerstellung) und endet dann, wenn das Zählziel (82) erreicht ist. *Daher* ist bei der Subtraktion häufig der Minuend das Ergebnis.

f) Lösung 23 (richtige Lösung)

Aber: Lösung durch schriftliches Verfahren erzielt, siehe Verfahrenserklärung unter Aufgabe 3a

g) andere Lösungen

Es gibt eine Vielzahl weiterer „interessanter“ dyskalkulieträchtiger Lösungen wie 13 (Zehner-/ Einertausch mit Minuend-/ Subtrahendtausch) oder 123 (perseverierende „von-bis-Rechnung“ – wenn man schon mal mit dieser Rechungsart angefangen hat, wird dies „gründlich“ weiter geführt)

Aufgabe 4

Bleibt unkommentiert, da es für geometrische Fehler keine Fehleranalyse gibt.

Aufgabe 5

Im Klassenzimmer der Klasse 2b stehen 3 Reihen mit jeweils 5 Tischen. An jedem Tisch sitzen 2 Kinder.

Wie viele Kinder gehen in die Klasse 2b?

In die Klasse 2b gehen ☐ Kinder.

Anforderungsprofil

Im Text stehen wichtige und mathematisch irrelevante (2b) Zahlangaben. Im Text gibt es keine semantischen Hinweise, dass zwei Multiplikationen (3 x 5 = 15 und 15 x 2) bzw. eine Multiplikation (3 x 5 und eine Addition 15 + 15) durchgeführt werden müssen. Das Vorgehen 2 x 5 x 3 ist leichter, da es nicht die Klippe mit der Rechnung 2 x 15 bietet, mit der die formellen Anforderungen der 2. Klasse verlassen werden.

Die Aufgabe 5 erfordert vor dem Rechenvorgang eine vollständige Analyse des Sachverhalts. Dies verlangt eine Mathematisierungsfähigkeit, die rechenschwache Kinder nicht haben. Es folgen daher hilflose Reaktionen.

Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
Hier stehen viele Zahlen (2b, 3 Reihen, 5 Tische und 2 Kinder) und eine Frage. Aber was soll ich rechnen?

a) Lösung 12, 10
(2) + 3 + 5 + 2 = 12, 10. Hier wird die Klasse 2b mit Reihen, Tischen und Kindern addiert. Eventuell wird dabei die Klasse 2b weggelassen und das Ergebnis ist 10.

b) Lösung 27, 29, 23
„Warum rechnen?" Wir schreiben die Anzahl der Schüler in Klasse 2b der eigenen Schule hin oder die der Klasse 2a – es wird schon hinkommen.

c) Lösung 17
Der Ansatz, die Anzahl der Tische zu berechnen ist gemacht (3 x 5 = 15), dann nehmen an 15 Tischen nur 2 Schüler Platz (15 + 2).

d) keine Lösung (oder nur ein offenes und ehrliches Fragezeichen)
In diagnostischen Interviews fanden sich bei ähnlichen Aufgaben folgende Kommentare: „Bei uns gibt es nur eine 2. Klasse" oder „Sind denn alle Kinder da? Fehlt auch keiner?". Wir kennen die Kommentare von „erfahrenen", weil älteren rechenschwachen Kindern, welche lauten: „Soll ich jetzt Plus, Minus, Mal oder geteilt rechnen? Da steht nicht, was ich machen soll. Da kann man ja nur raten".

e) Lösung 30 (richtige Lösung)
Aber: Es findet sich am Platz für Nebenrechnungen eine Zeichnung der 3 Reihen mit 5 Tischen mit jeweils 2 Kindern

λ λ	λ λ	λ λ	λ λ	λ λ
λ λ	λ λ	λ λ	λ λ	λ λ
λ λ	λ λ	λ λ	λ λ	λ λ

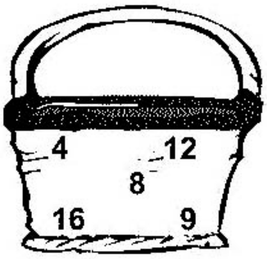
So aufbereitet lässt sich die Aufgabe auch von 1 bis 30 auszählen. Ob gezählt oder verständig gerechnet wurde (5 x 2 = 10; 10 x 3 = 30) können Sie der Nebenrechnung vielleicht entnehmen (Zähler hinterlassen häufig eine „Spur" beim Zählen).

Aufgabe 6

Bleibt unkommentiert

Aufgabe 7

Eine Zahl passt nicht in den Korb. Streiche sie durch und begründe.



Anforderungsprofil
Die Zahlen 4, 12, 8, 16, 9 müssen hinsichtlich ihres mathematisch-seriellen Gehaltes geprüft werden (zwischen 4, 8, 12, 16 handelt es sich um Differenz von 4 bzw. um die Multiplikationsreihe der 4 oder Produkte der 1x2-Reihe oder noch schlichter: der fast formelle Unterschied von gerader und ungerader Zahl). Nach dieser Prüfung muss der nicht in die Serie gehörende Teil ausgeschlossen werden und der Ausschluss sogar begründet werden.

Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
Die Frage ist, welche Zahl *passt* nicht in den Korb. Heißt das, welche geht nicht mehr rein?

a) Lösung 16
Begründung: „Zu viel für den Korb“ oder „4 und 8 und 12 und 9 passen nur rein“.

b) Lösung 9
Begründung: „Dachte ich mir so.“ oder „Die Zahl passt mir nicht.“

c) Lösung 9 (mit richtiger Begründung)
Die Begründung, dass 9 eine ungerade Zahl ist, sagt wenig über die „Einsichten“ des Rechners aus.

d) andere Lösungen
Achten Sie bitte auf den alogischen Gehalt der Kommentare. Die A-Logik verrät den völlig hilflosen Rechner.

Aufgabe 8a

Löse die Geteiltaufgaben:

a) 49 : 7 = ____

Anforderungsprofil
Kenntnis der 1x7-Reihe (7 x 7 = 49) und Kenntnis der inversen Operation (49 : 7 = 7)

Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
Endlich mal wieder rechnen! (Wir schätzen, dass 60% der rechenschwachen Kinder stark „beübt" sind und daher kann die Aufgabe 49 : 7 durchaus richtig gelöst werden.)

a) Lösung 56, 55
Zielsicher angestrebter Operationstausch 49 + 7 (Begründung: „Addieren kann ich besser.")

b) Lösung 42
Seltener Operationstausch, weil Rückwärtszählen schwieriger ist als Vorwärtszählen

Aufgabe 8b

Löse die Geteiltaufgaben:

b) 21 : 5 = ____

Anforderungsprofil
Kenntnis des logischen Verhältnisses von Multiplikation, Division und Addition (Division mit Restbildung). Für rechenschwache Kinder lauert hier die Tücke, dass bei 21 : 5 ein für sie nicht teilbarer Rest entsteht.

a) Lösung 3, 7
Da in der 1x5-Reihe die 21 nicht vorkommt, werden die Reihen aufgeschrieben, wo die 21 „drin ist".

b) Lösung 0
„Alles, was nicht geht, ist 0" („Die 21 ist in der 5er-Reihe nicht drin.")

c) Lösung 5
20 : 5 = 4, Rest 1 und 4 + 1 = 5

Aufgabe 9a und b

Löse die Malaufgaben:

a) 9 • 9 = _____ b) 3 • 8 = _____

Anforderungsprofil
Es reicht die Kenntnis der häufig trainierten 1x9- bzw. 1x8-Reihen.

Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
Gottseidank, jetzt darf ich wieder rechnen ... solche Aufgaben kenn ich.

a) Lösung 89
Dies ist die sogenannte Faktor-/ Summand-Verwechslung, „weil“ 10 x 9 = 90 ist. 9 x 9 ist einer weniger, „also“ 90 – 1 = 89.

b) Lösung 82
Von 90 aus wird mit dem Fehler um 1 abgezählt (Dieser Fehler kommt selten vor).

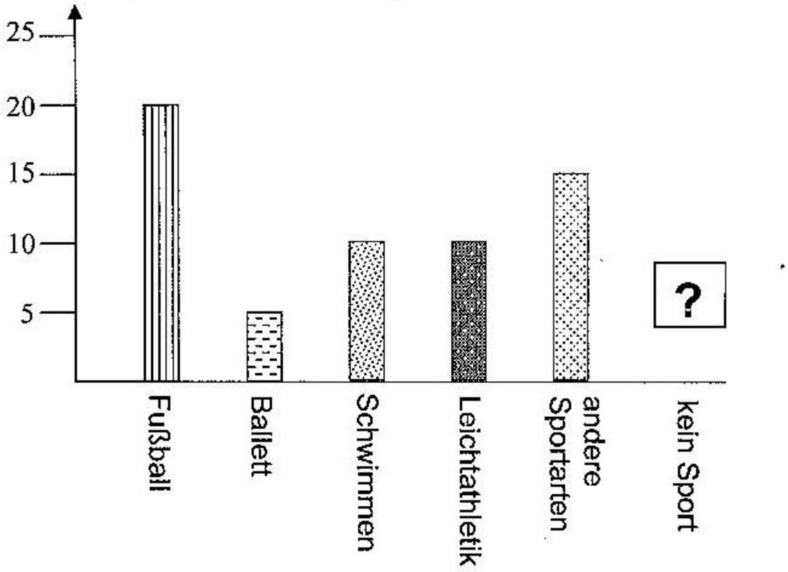
c) Lösung 27 (bei Aufgabe 9b)
„Weil gerade das 1 x 9 „dran war“, wird die Reihe auch beibehalten (Perseverationsfehler)

Aufgabe 10

Wir kommentieren die Aufgabe nicht, weil auch ein großer Teil der nicht-rechenschwachen Kinder beim Uhr ablesen (Aufgabe 10a) und beim Zeiger einzeichnen (Aufgabe 10b) Schwierigkeiten hat. Häufig kann die Uhr abgelesen werden, wenn nur die digitale Schreibweise verlangt wird. Ob damit allerdings ein abgesichertes umgangssprachliches Verständnis der Uhrzeiten in der 2. Klasse erzielt worden ist, wagen wir zu bezweifeln. (Die Angabe „dreiviertel Vier“ verstehen selbst westdeutsche Erwachsene kaum. Diese Ausdrucksweise ist in Berlin und Brandenburg usus.)

Aufgabe 11b[3]

An einer Schule wurden 100 Schüler gefragt, welches ihr liebster Freizeitsport ist.
Hier ist das Ergebnis der Umfrage.



a) Welche von den genannten Sportarten ist am beliebtesten?

- ☐ Fußball
- ☐ Ballett
- ☐ Schwimmen
- ☐ Leichtathletik

b) Wie viele Kinder machen keinen Sport?

Anforderungsprofil

Die Summe der sporttreibenden Kinder muss ermittelt werden (20 + 5 + 10 + 10 + 15 = 60). Sodann muss die Anzahl der unsportlichen Kinder aus der Differenz zur Gesamtschülerschaft ermittelt werden. Die Aufgabe gibt keinen semantischen Hinweis auf die operative Vorgehensweise. Die Sachanalyse, dass es 60 sportliche Kinder, also 100 – 60 = 40 unsportliche Kinder gibt, ist äußerst anspruchsvoll, da zwei Operationen nacheinander nicht nur durchgeführt werden müssen, sondern auch aus der Sache deduziert werden müssen.

[3] Liebe Kollegen vom Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung, wer hat sich die Frage nach der beliebtesten Sportart (11a) einfallen lassen? Derzeit wird auf allen Kanälen um die Europameisterschaft gekickt. Selbst bei Kindern mit nichtdeutscher Herkunft wird diese Frage - auch ohne zu wissen, was ein Balkendiagramm ist - richtig beantwortet.

Aufgabe aus Sicht von rechenschwachen Kindern
Die Frage „Wie viel Kinder machen keinen Sport?“ kann ich nicht beantworten, wenn ich nicht weiß, welche Kinder in welcher Klasse gemeint sind ... und überhaupt ist Sport treiben gesund, allerdings sind viele Kinder viel zu dick, weil sie zu wenig Sport treiben (Dass die Anzahl der nicht sporttreibenden Kinder überhaupt *errechenbar* ist, kann rechenschwachen Kindern nicht einleuchten. Es können nur hilflose Lösungsversuche angeboten werden).

a) Lösung 100
Begründung: „Es gibt 100 Kinder, steht doch da“. Kommentare wie „Woher soll ich das wissen“ oder „Sport ist gesund“ verraten die gänzlich unmathematische Auffassung dieser Fragestellung.

b) Lösung 60
Man addiert die sporttreibenden Kinder und bricht ab, weil man ja alles ausgerechnet hat, was geht.

Fazit

Wir haben auf den Unterschied von einer qualitativen und einer quantitativen Betrachtung der Lösungen bzw. Lösungsversuche hinweisen wollen.
Quantitativ betrachtet schneiden viele rechenschwache Schüler wie folgt ab: mit etwas Fortune (vielleicht hat die Klasse 2b in der Schule Ihres Kindes 30 Kinder) können rechenschwache Kinder 10 – 12 Punkte erlangen und erreichen damit eine ähnliche Punktzahl wie Kinder, die zahlbegrifflich, d. h. verständig rechnen können, allerdings kein gutes Textverständnis haben.
Generell gilt: nicht die Punktzahl ist entscheidend, sondern *welche* Aufgabe gelöst und *woran* der Schüler *wie* gescheitert ist. Das Geheimnis von „intelligenten“ rechenschwachen Kindern ist, dass mit dem einzigen und gleichmacherischen Beurteilungsschema (richtig – falsch) diese rechenschwachen Kinder sich hinter dem Durchschnitt verstecken können. Wenn Sie also das *individuelle* rechenschwache Kind entdecken wollen, sollten Sie sich nicht am Kriterium der „unterdurchschnittlichen“ Leistung orientieren, weil etwa rechenschwache Kinder mit Anwendung von kompensatorischen Techniken (schnelles Fingerzählen, erfolgreiches schematisches, aber begriffsloses Rechnen) sich notenunauffällig bis zur Gymnasialempfehlung durchlavieren können.