PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE SCHWÄBISCH GMÜND

Zentrum für Wissenstransfer

Integrative Lerntherapie (M.A.) – Masterarbeit

Thema:

Lösungsprozessanalytische Diagnostik bei Rechenschwäche - Chancen und Möglichkeiten in Abgrenzung zur normstichprobenorientierten Diagnostik.

1. Prüfer/Prüferin: Prof. Dr. Jens-Holger Lorenz
2. Prüfer/Prüferin: Prof. Dr. Klaus-Peter Eichler

Name, Vorname:	Richter, Claudia
Studiengang:	Master für Integrative Lerntherapie
Kohorte:	XIII
Adresse:	Rheintalstraße 27 79618 Rheinfelden +49 7627 – 6279786 cl.richter@gmx.de

Abgabe: Rheinfelden, den 19. Juni 2023

INHALTSVERZEICHNIS

EINLEITUNG 4

1. THEORETISCHE GRUNDLAGEN DES RECHENERWERBS .. 7

1.1 MATHEMATIK ALS WISSENSCHAFT DER MUSTER UND STRUKTUREN 7
1.2 KOGNITIVE GRUNDLAGEN 8s
1.3 ENTWICKLUNGSMODELLE DES ZAHLVERSTÄNDNISSES 8
1.3.1 Entwicklungsmodell nach Fritz & Ricken 9
1.3.2 Entwicklungsmodell nach Krajewski 10
1.4 MEILENSTEINE BEIM RECHENERWERB 11
1.4.1 Zahlverständnis und Zahlensinn 11
1.4.2 Kardinalzahl- und Teil-Ganze-Konzept 12
1.4.3 Operationsverständnis 14
1.4.4 Aufbau des dekadisch strukturierten Stellenwertsystems 16

2. ZUM PHÄNOMEN DER RECHENSCHWÄCHE 17

2.1 BEGRIFFLICHKEIT 17
2.2 URSACHENFORSCHUNG 18
2.2.1 Beitrag der Neurowissenschaften 18
2.2.2 Mathematikdidaktische Perspektive 21
2.2.3 Multi-Kausalmodelle 23
2.3 RECHENSTÖRUNG NACH ICD-10 UND ICD-11 26
2.4 S3-LEITLINIE 28
2.5 KRITISCHE REFLEXION ZU ICD UND LEITLINIE 29
2.6 FAZIT 31

3. DIAGNOSTIK VON RECHENSCHWÄCHE 34

3.1 ALLGEMEINE STANDARDS IN DEUTSCHLAND GEMÄß DER LEITLINIE 34
3.1.1 Klinische Untersuchung 35
3.1.2 Anamnese und Exploration 35
3.1.3 Testdiagnostik 36
3.1.4 Diagnosestellung 36
3.2 NORMSTICHPROBENORIENTIERTE TESTVERFAHREN 36
3.2.1 Problematik der Diagnostik mittels normstichprobenorientierter Verfahren 37
3.3 QUALITATIVE TESTVERFAHREN 39
3.3.1 Lösungsprozessanalytische Diagnostik 40
3.3.2 Problematik der Diagnostik mittels qualitativer Verfahren 42
3.4 QUALITÄTSMERKMALE EINER DIAGNOSTIK AUS EIGENER SICHT 44

4. FELDSTUDIE 46

4.1 METHODISCHES VORGEHEN 46
4.2 VERWENDETE DIAGNOSEVERFAHREN 47
4.2.1 Heidelberger Rechentest 47
4.2.2 Cody-Mathetest für Grundschulkinder 2.-4. Klasse 50
4.2.3 Jenaer Rechentest 57
4.3 DARSTELLUNG DER ERGEBNISSE 64
4.3.1 Julian 65
4.3.2 Nora 81
4.3.3 Jona 96
4.4 ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE 110

5. BEWERTUNG UND AUSBLICK 114

5.1 EIGENE BEWERTUNG DER VERWENDETEN VERFAHREN 114
5.1.1 Sichere Feststellung von Rechenschwäche 114
5.1.2 Nutzen der Überprüfung domänenübergreifender Fähigkeiten 118
5.1.3 Chancen und Gefahren der Lösungsprozessanalyse mit dem „JRT“ 121
5.1.4 Chancen und Gefahren der normstichprobenorientierten Verfahren 124
5.2 RÜCKBEZUG AUF EINLEITUNG UND EINGANGSTHESE 126
5.3 AUSBLICK 128

LITERATURVERZEICHNIS 129

ABBILDUNGSVERZEICHNIS 136

ANHANG 137

ERKLÄRUNG 192

Einleitung

Rechnen zählt ohne Zweifel zu den Schlüsselqualifikationen unserer modernen Gesellschaft. Alleine aus der Gesamtzeit, die deutsche Schülerinnen und Schüler bis zu ihrem Schulabschluss im Mathematikunterricht verbringen, lassen sich Rückschlüsse auf den hohen Stellenwert mathematischer Bildung innerhalb unseres Bildungssystems ziehen. Die Möglichkeiten der Förderung mathematischer Fähigkeiten im Allgemeinen sowie die besondere Unterstützung von Kindern, denen der Rechenerwerb nicht problemlos gelingt, muss demnach immer wieder evaluiert und differenziert in den Blick genommen werden.

Um Defizite festzustellen und pädagogische Intervention zu organisieren kommen in Schule, Forschung und Lernförderung verschiedene Diagnoseverfahren zum Einsatz. Unterschiedlichen Publikationen zufolge werden damit, je nach Untersuchung, bei ca. 2% bis zu 20% der Schülerschaft eines Grundschuljahrgangs Rechenstörungen diagnostiziert (vgl. Spiegel & Selter 2007, 87). Wie kommt es zu solch unterschiedlichen Häufigkeitsangaben?

Wodurch zeichnet sich eine Rechenschwäche oder Rechenstörung überhaupt aus? Zu den Kriterien, nach denen ein Kind als „rechenschwach“ gelten soll, werden in verschiedenen Publikationen recht unterschiedliche Einzelsymptome benannt (vgl. Krajewski 2003, 19). Demnach scheint es keine allgemein typischen Fehler zu geben, aufgrund derer rechenschwache Kinder erkannt werden können (vgl. Krajewski 2003, 20).

Auch zu den Ursachen von Rechenschwäche sind keine einheitlichen Ansichten zu finden.

Bei all diesen Ungereimtheiten bezüglich der Häufigkeit, der Symptomatik und den Ursachen von Rechenschwäche ist es nicht verwunderlich, dass auch die Meinungen bei der Auswahl eines geeigneten Diagnoseverfahrens auseinandergehen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit verschiedenen Formen der Diagnostik von Rechenschwäche und möchte hierbei genauer beleuchten, welche Chancen und Möglichkeiten sich durch lösungsprozessanalytische Verfahren im Gegensatz zu normstichprobenorientierten Verfahren ergeben.

Meine Eingangsthese lautet wie folgt:

> *„Lösungsprozessanalytische Verfahren können bei der Diagnostik von Rechenschwäche etwas leisten, zu dem normstichprobenorientierte Diagnoseverfahren nicht in der Lage sind.“*

Worin genau diese Chancen und Möglichkeiten bestehen, soll in dieser Arbeit herausgearbeitet werden.

Die im weiteren Verlauf zusammengetragenen Darstellungen und Erkenntnisse werden sowohl aus der Fachliteratur, als auch aus den Ergebnissen einer selbst durchgeführten Feldstudie gewonnen.

Im ersten Kapitel befasse ich mich zunächst mit den theoretischen Grundlagen des Rechenerwerbs. Hierbei werden Voraussetzungen, Entwicklungsprozesse und wichtige Meilensteine beim Rechenerwerb genauer betrachtet. Die Vielzahl an inneren (in der Person des Kindes vorliegenden) und äußeren (außerhalb des Kindes vorliegenden) Einflussfaktoren auf das mathematische Lernen ist so komplex und in seiner Gänze wissenschaftlich noch nicht vollständig erforscht, dass es sich bei den hier dargestellten Modellen immer nur um Ausschnitte handeln kann und andere Zusammenhänge, wie beispielsweise Einflüsse des Elternhauses oder spezifische Erkrankungen, zwangsläufig ausgeblendet werden müssen (vgl. Gerster & Schultz 2004, 3). So kann mathematisches Lernen zum Beispiel aus Sicht der Fachdidaktik, Entwicklungspsychologie, Lernpsychologie, Neuropsychologie oder Sonderpädagogik betrachtet werden und je nach Fachgebiet ganz verschiedene Aspekte beleuchten. Die vollständige Darstellung aller Forschungsansätze und -erkenntnisse zum mathematischen Lernen, würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Ich konzentriere mich daher bei der Darstellung der theoretischen Grundlagen auf die Inhaltsbereiche, die ich für die Diagnostik von Rechenschwäche, insbesondere für die in meiner Feldstudie ausgewählten Diagnoseverfahren, als besonders relevant erachte.

Im zweiten Kapitel werde ich das Phänomen der Rechenschwäche genauer untersuchen. Die begriffliche Auseinandersetzung und das Verständnis von Rechenschwäche aus unterschiedlichen Perspektiven stehen hierbei im Zentrum meiner Betrachtung.

Im dritten Kapitel werden verschiedene Ansätze zur Diagnostik von Rechenschwäche kritisch reflektiert. Hierbei wird zwischen einer quantitativen, normstichprobenorientierten und einer qualitativen lösungsprozessorientierten Diagnostik unterschieden.

Vor diesem Hintergrund wird im vierten Kapitel die durchgeführte Feldstudie präsentiert. Die drei verwendeten Diagnoseverfahren werden zunächst analysiert und im Anschluss ihre praktische Durchführung bei drei Grundschulkindern dargestellt. Anhand der Ergebnisse werden die jeweiligen Informationen zur Rechenleistung der einzelnen Kinder, die einerseits die normstichprobenorientierten und andererseits das lösungsprozessanalytische Verfahren liefern konnten, herausgearbeitet.

Im fünften Kapitel folgt meine zusammenfassende Bewertung der Ergebnisse, sowie ein Rückbezug zur Eingangsthese. Können lösungsprozessanalytische Verfahren bei der Diagnostik von Rechenschwäche etwas leisten, wozu normstichprobenorientierte Verfahren nicht in der Lage sind? An dieser Stelle werde ich darstellen, worin meines Erachtens die Chancen und Möglichkeiten lösungsprozessanalytischer Verfahren in Abgrenzung zur normstichprobenorientierten Diagnostik bestehen.

Schließen werde ich meine Arbeit mit einem Ausblick auf eine aus eigener Sicht notwendigen zentralen Herausforderung im zukünftigen Umgang mit der Diagnostik von Rechenschwäche.

1. Theoretische Grundlagen des Rechenerwerbs

1.1 Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen

Im System der Wissenschaften nimmt die Mathematik eine gewisse Sonderstellung ein. Sie ist keine empirische Wissenschaftsdisziplin und gehört nicht zu den Naturwissenschaften, da ihre Aussagen nicht von Experimenten oder Beobachtungen abhängen, auch wenn sie als Hilfswissenschaft in nahezu allen Naturwissenschaften herangezogen wird. So kann man beispielsweise die natürlichen Zahlen zwar zur Beschreibung realer Situationen verwenden, aber sie kommen genauso wenig in der Realität vor wie Wörter. Wie Steinbring hervorhebt, sind Zahlen nicht empirischer, sondern theoretischer Natur und somit gedankliche Konstrukte (vgl. Steinbring 1994).

Es gibt für die Mathematik keine allgemein anerkannte Definition. Heute wird sie in der Regel als Wissenschaft der Muster und Strukturen bezeichnet (vgl. Wittmann 2005). Unter einem „Muster“ wird hierbei ganz allgemein jedes wiederholt zu beobachtende regelhafte Phänomen verstanden (vgl. Müller & Wittmann 2011, 46f.).

Mathematik zu betreiben, bedeutet diesem Verständnis nach, Strukturen, Muster und Regelmäßigkeiten selbst zu entdecken, zu beschreiben und zu verallgemeinern (vgl. Grassmann u.a. 2014, 6). Durch eine solche erforschende, selbsttätige Beschäftigung mit Mathematik, die sich an der konstruktivistischen Lerntheorie orientiert, lernen Kinder wie Erwachsene, die Welt für sich aktiv zu ordnen (vgl. Benz u.a. 2017, 36).

Die Frage, weshalb wir überhaupt in der Lage sind Mathematik als bloßes Konstrukt unseres Gehirns zu betreiben, beantwortet Dehaene mit der Hypothese, es gäbe beim Menschen einen angeborenen Sinn für Zahlen (vgl. Dehaene 1999, 54ff.). Neuere Studien bestätigen diese Hypothese. Ein gewisses mathematisches Verständnis scheint angeboren zu sein.

Die Mathematik als Wissenschaft der Muster, ist ein Teil der Welt jedes Menschen, denn Muster umgeben uns alltäglich. Schon in den ersten Lebensjahren begegnet Kindern, Lee Hülswitt zufolge, Mathematik in Form von Strukturen, Formen und zählbaren Mengen und Kinder betreiben sie, wenn sie dabei sind, Dinge zu unterscheiden, zu ordnen, zu sortieren, zu gestalten, einzugrenzen, abzuschätzen oder darzustellen. Dies alles bedeutet mathematisch tätig zu sein (vgl.

Lee Hülswitt 2007,155f.). Rechnen gilt dabei nur als eine Teildisziplin innerhalb der Mathematik.

1.2 Kognitive Grundlagen

Man geht davon aus, dass bestimmte kognitive Faktoren grundlegend sind für mathematische Aktivitäten. Zu diesen zählen unter anderem:

- die visuelle Wahrnehmung und die Wahrnehmungsverarbeitung im Gehirn,
- das räumliche Vorstellungsvermögen,
- die Fähigkeiten im Sortieren und Klassifizieren,
- das Sprachverständnis,
- Gedächtnisfähigkeiten,
- die Aufmerksamkeit.

  (vgl. Krajewski & Schneider 2006, 248 und Fritz & Ricken 2005, 11)

Sprache, Gedächtnis und Aufmerksamkeit gelten hierbei als sogenannte allgemeine kognitive Stützfunktionen. Mit Hilfe der Sinneswahrnehmungen, vor allem der visuellen Wahrnehmung, werden auf Basis dieser Stützfunktionen folgende, für die Mathematik relevanten kognitiven Leistungen, erbracht:

- Klassifikationsleistungen: verschiedene Objekte können aufgrund gewisser Merkmale zusammengefasst werden,
- Seriationsleistungen: Objekte können nach bestimmten Merkmalen geordnet beziehungsweise in eine Reihenfolge gebracht werden,
- räumliches Vorstellen,
- Mengenerfassung und -vergleich,
- Einschätzen von Größenrelationen,
- Wahrnehmungskonstanz.

  (vgl. Hasemann 2003)

1.3 Entwicklungsmodelle des Zahlverständnisses

Über die genaue Entwicklung mathematischer Fähigkeiten und insbesondere über die Entwicklung von Störungen, liegen keine eindeutigen Befunde vor. Noch nicht vollständig geklärt wurde hierbei zum Beispiel in welcher Weise sensomotorische Fähigkeiten und Erfahrungen notwendige Voraussetzungen für die höhere kognitive Fähigkeit des Rechnens sind.

Auch nicht eindeutig beantwortet ist die Frage, ob es verschiedene Entwicklungswege gibt, die zu einem angemessenen Zahlverständnis und zu korrekten und flexiblen Rechenfertigkeiten führen (vgl. Gerster & Schultz 2004, 3). Zwei verbreitete Entwicklungsmodelle des Zahlverständnisses werden im Folgenden skizziert:

1.3.1 Entwicklungsmodell nach Fritz & Ricken

Fritz und Ricken beschreiben in ihrem Entwicklungsmodell des Zahlverständnisses fünf Entwicklungsniveaus (vgl. Ricken u.a. 2011). Diese weisen gewisse Ähnlichkeiten zum Modell der Entwicklung der Zahlwortreihe nach Fuson[1] auf:

1. **Entwicklungsniveau: Zählzahl**
   Auf diesem Niveau werden kleine Mengen abgezählt, indem jedem Objekt ein Zahlwort zugeordnet wird. Die Frage, wie viele Elemente die Menge enthält, wird mit dem letzten Zahlwort beantwortet.
2. **Entwicklungsniveau: Repräsentation eines mentalen Zahlenstrahls**
   Auf dem ordinalen mentalen Zahlenstrahl der Kinder hat jede Zahl eine Position (vgl. Fritz & Ricken 2008, 33f.). Vorgänger und Nachfolger können benannt werden. Zahlen, die in der Reihe später vorkommen, sind größer, Zahlen die früher vorkommen, kleiner. Alle Teilmengen müssen noch einzeln ausgezählt werden.
3. **Entwicklungsniveau: Kardinalität und Zerlegbarkeit**
   Erst auf dieser Stufe gewinnen Kinder die Einsicht, dass beim Auszählen das letzte Zahlwort für alle Elemente der Menge steht. Die Bearbeitung von Additions- und Subtraktionsaufgaben erfordert nicht mehr das sukzessive Auszählen aller Elemente. Stattdessen kann aus zwei Teilmengen eine Gesamtmenge gebildet, oder eine Gesamtmenge in zwei Teilmengen zerlegt werden.
4. **Entwicklungsniveau: Enthaltensein**
   Auf diesem Niveau entwickelt sich die Einsicht, dass Zahlen andere Zahlen enthalten. Eine Teilmenge kann nun in Beziehung zu ihrer Gesamtmenge, in der sie enthalten ist, betrachtet werden. Die Kenntnis zweier Mengen reicht folglich aus um die dritte (Gesamt- oder andere Teilmenge) zu bestimmen.

[1] Zur Entwicklung der Zahlwortreihe nach Fuson vgl. Fuson, K.C (1992).

5. **Entwicklungsniveau: Relationalität**
   Erst auf diesem Niveau entwickelt sich das Verständnis, dass sich jedes nachfolgende Zahlwort von seinem Vorgänger um die ‘Mächtigkeit +1´ unterscheidet und demnach die Intervalle aufeinanderfolgender Zahlen immer gleich groß sind. So können Differenzen zwischen Mengen verglichen werden, denn Kinder haben nun die Einsicht erlangt, dass Zahlen auch Abstände zwischen anderen Zahlen bezeichnen.

1.3.2 Entwicklungsmodell nach Krajewski

Nach dem Entwicklungsmodell von Krajewski müssen Kinder während der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen mehrere Meilensteine überwinden, die sich den drei folgenden Kompetenzbereichen zuordnen lassen (vgl. Krajewski 2014, 200):

1. **Ebene: Entwicklung der numerischen Basisfertigkeiten**
   Krajewski zählt zu den numerischen Basisfertigkeiten die Zählfertigkeiten, sowie das erste Mengenwissen. Zählfertigkeiten entwickeln sich ihr zufolge ab einem Alter von zwei bis drei Jahren.
2. **Ebene: Entwicklung des Anzahlkonzepts**
   Erst ab einem Alter von drei Jahren werden Zahlen mit Mengen in Verbindung gebracht und sind Kindern als „Anzahlen“ bewusst. Mengen werden hierbei zunächst nur in groben Kategorien (viel, wenig, sehr viel...) unterschieden (unpräzises Anzahlkonzept). Erst durch das exakte Auszählen von Mengen entwickelt sich das präzise Anzahlkonzept (vgl. Krajewski u.a. 2009, 24ff).
   Unabhängig vom Anzahlkonzept entwickelt sich nach Krajewski im Alter von ca. drei bis fünf Jahren ein Verständnis dafür, dass Mengen durch Hinzufügen und Wegnehmen (nicht aber durch die Veränderung ihrer Lageposition) verändert werden können (protoquantitatives Teile-Ganze-Schema) und sich Mengen demnach in Teilmengen zerlegen lassen (vgl. ebd., 26).
3. **Ebene: Relationalzahlkonzept**
   Die höchste Ebene ist auch nach Krajewski erreicht, wenn Kinder Zahlen auch als Relationalzahlen begreifen. Das Teile-Ganze-Schema kann nun auch auf Anzahlrelationen übertragen werden (vgl. Krajewski & Schneider 2006, 251).

Anzumerken ist, dass nach Krajewski die drei Kompetenzbereiche nicht zwangsläufig für die verbalen Zählfertigkeiten und die arabischen Ziffern gleichzeitig durchlaufen werden (vgl. Krajewski 2014, 202). Zudem ist es ihr zufolge möglich, dass Kinder bei kleinen Zahlen bereits die dritte Ebene, jedoch mit großen noch nicht einmal die zweite Ebene erreicht haben.

Auf Grundlage der bisher beschriebenen Theorien und Entwicklungsmodelle möchte ich im Folgenden die aus meiner Sicht wichtigsten zu überwindenden Meilensteine beim Rechenerwerb darstellen.

1.4 Meilensteine beim Rechenerwerb

1.4.1 Zahlverständnis und Zahlensinn

Zahlen sind Begriffe, gedankliche Kategorien und Zusammenfassungen von Objekten. Wie jeder Begriff Teil eines umfassenden Wissens- und Bedeutungssystems ist, wird die Bedeutung von Zahlen und arithmetischen Operationen in sogenannten numerischen Netzwerken - als Spezialfälle semantischer (begrifflicher) Netzwerke - repräsentiert (vgl. Steiner 2007, 279). Dieses Beziehungsgefüge numerischer Netzwerke ist für die Verarbeitung aller zahlen- und mengenbezogenen Informationen zuständig (vgl. von Aster 2003, 36).

Jeder Begriff ist Ergebnis eines Erkenntnisprozesses und existiert nur im Bewusstsein, die Kenntnis des Begriffsnamen allein bedeutet wenig. Als entscheidender Indikator für das Bestehen eines umfassenden Zahlverständnisses wird demnach nicht die Fähigkeit erachtet, die Zahlwortreihe aufsagen zu können oder ein richtiges Resultat für eine Rechenaufgabe zu finden, sondern vielfältige Beziehungen zu anderen Zahlen oder benachbarten Rechnungen (das heißt zu benachbarten „arithmetischen Aussagen“) zu finden. Um dies anschaulich zu machen, hilft die Vorstellung, dass jede Zahl durch ihren Knotenpunkt im numerischen Netz bestimmt wird. Sie kann somit durch jede Operation ausgedrückt werden, die mit diesem Knotenpunkt verbunden ist.

Laut Steiner ist Rechnen lernen ein Aufbauen, Erweitern und Durchschreiten numerischer Netzwerke, was nur durch vielfältige Verknüpfungsprozesse von Zahlen mit arithmetischen Relationen (+/-1-Iteration der natürlichen Zahlen, Grundrechenoperationen und Operationen wie das Halbieren und das Verdoppeln) erreicht wird. Das Vorhandensein von vollständigeren und zusammenhängenderen

numerischen Netzwerken unterscheidet schließlich gute Rechner von schwächeren (vgl. Steiner 2007, 289).
Zahlen und Operationen müssen mit Bedeutung ausgestattet werden, weshalb diese Verknüpfungsprozesse nicht allein durch das Befolgen eines festen Algorithmus, sondern durch kreative Auseinandersetzung mit Zahlen und Operationen zustande kommen (vgl. Steiner 2007, 273ff.). Erst wenn der Vergleich von Mengen (größer oder kleiner, mehr oder weniger) verinnerlicht ist, hat das Verbinden mit „abstrakten Zahlen“ einen Sinn.
Als Zahl- oder Zahlenverständnis kann man demnach die Fähigkeit natürliche Mengen und Größen in mathematische Objekte (Zahlen) zu abstrahieren und zueinander ins Verhältnis zu setzen, bezeichnen.

Ein so genannter Zahlensinn kann in diesem Zusammenhang beschrieben werden als gute Intuition für Zahlen und ihre Beziehungen. Er entwickelt sich langsam als Ergebnis beim Ausprobieren mit Zahlen, zum Beispiel, indem sie in einer Vielzahl von Kontexten visualisiert und auf unterschiedliche Art und Weise verbunden werden, die sich nicht auf traditionelle Algorithmen beschränken. Schulbücher können hierbei das „Tun von Mathematik“ nicht ersetzen, das wesentlich ist für die Entwicklung des Zahlensinnes (vgl. Lorenz 1998, 68).
Bei der Beschäftigung mit einem bestimmten Zahlenraum wird dieser immer deutlicher als mentaler Raum, in dem Zahlen nur in Verbindung mit anderen Zahlen existieren, repräsentiert. Diese Entwicklung läuft ab Schulbeginn bei jedem Kind unterschiedlich ab, je nach individuellen Vorkenntnissen und Fähigkeiten.

1.4.2 Kardinalzahl-[2] und Teil-Ganze-Konzept

Zahlen repräsentieren Anzahlen in abstrakter Form. Die Menge von „fünf Fingern“ oder von „fünf Äpfeln“ hat die gemeinsame Eigenschaft, aus fünf Elementen zu bestehen. Dieser bezeichneten Anzahl sind auf symbolischer Ebene der Zahlname *fünf* sowie die Ziffer 5 zugeordnet. Das Wissen um diese abstrakte Wertbedeutung von Zahlen bezeichnet man als *kardinales Zahlverständnis*.

[2] Aufgrund der Bedeutsamkeit des kardinalen Zahlaspektes für das Rechnenlernen im Anfangsunterricht, wird dieser hier besonders hervorgehoben. Selbstverständlich sind auch die anderen Zahlaspekte (Ordinalzahl-, Maßzahl-, Operator-, Rechenzahl-, Codierungs- und Relationalzahlaspekt), auf die hier nicht näher eingegangen wird, wichtiger Teil des Mathematikunterrichts der Grundschule.

Dieses Verständnis (man spricht auch vom kardinalen Zahlbegriff) basiert auf der Bildung gedanklicher Klassen mit jeweils gleicher Anzahleigenschaft. Erst wenn Kinder verstanden haben, dass Zahlen zur Bezeichnung von Anzahlen dienen, die man durch den Akt des Zählens bestimmt, ist eine grundlegende Voraussetzung für das Rechnen vorhanden.

Kwapis u.a. (2018, 11) führen hierzu folgendes Beispiel an:

> „*Wer Zahlen kardinal begreift hält diese Aufgabe (13-12) für keine besondere gedankliche Herausforderung. Wer 13 als ´eins mehr als 12´ denkt, weil er den Aufbau der natürlichen Zahlen als Erhöhung um jeweils eins verstanden hat, der weiß auch, dass 12 ein Teil von 13 ist bzw. dass die Zwölfermenge eine Teilmenge der Dreizehnermenge ist. Wer zudem das Minuszeichen als Aufforderung zur Exklusion einer Teil- aus der Gesamtmenge versteht, kennt die Antwort auf die Frage (…). Muss bei der Frage 13-12 erst über den Lösungsweg, der zur richtigen Antwort führt, nachgedacht werden, ist die quantitative Beziehung der Zahlen 12 und 13 offensichtlich nicht gedanklich abrufbereit.*“

Aus einem kardinalen Zahlenverständnis und dem Wissen, dass alle natürlichen Zahlen die Anzahl ihrer „Einer“-Elemente beschreibt, ergibt sich das Bildungsprinzip der Reihe der natürlichen Zahlen, die *Seriation* um eins.

Daraus entwickelt sich die Fähigkeit, Zahlen als Werte in Beziehung zueinander zu denken und daraus die Erkenntnis, dass Zahlen sich in andere Zahlen zerlegen lassen. Dieses Verständnis der Zerlegung von Zahlen wird als *Teil-Ganze-Konzept* bezeichnet. Ein erstes, nicht auf Zahlen bezogenes Teil-Ganze-Verständnis entwickeln die meisten Kinder bereits im Kindergartenalter durch die Begegnung mit alltäglichen Situationen, in denen etwas in Teile zerlegt und wieder zusammengesetzt wird. Zum Beispiel wird nur ein Teil des Kuchens gegessen oder ein Teil der eigenen Süßigkeiten soll abgegeben werden. Diese Art des Teil-Ganze-Konzepts wird als protoquantitatives Konzept bezeichnet, da noch keine exakte Quantifizierung notwendig ist.

Auf Zahlen bezogen meint das Teil-Ganze-Konzept die Fähigkeit, Zahlen als Zusammensetzung aus anderen Zahlen sehen zu können. Zu dieser Fähigkeit gelangt ein Kind erst, wenn es die Vorstellung einer Zahl als einer Einheit, die aus Einheiten aufgebaut ist, entwickelt hat, also zum Beispiel sieben Dinge als Zusammensetzung von drei und vier Dingen sehen kann.

Die Anwendung des Teil-Ganze-Konzepts auf Mengen gilt als eine der wichtigsten Leistungen der ersten Schuljahre und stellt einen entscheidenden Schritt in der Entwicklung des mathematischen Verständnisses dar (vgl. Weißhaupt u.a. 2006, 237; Gerster & Schultz 2004, 342).

Aufgrund ihrer Bedeutsamkeit für jegliches weitere mathematische Lernen, werden das Kardinalzahlkonzept und das Teil-Ganze-Konzept oft als Schlüsselkonzepte für die Entwicklung arithmetischer Konzepte und Prozeduren bezeichnet. Peucker und Weißhaupt betonen in diesem Zusammenhang, dass Kinder, die diese Konzepte nicht vollständig erwerben, bei ineffizienten, meist zählenden Rechenstrategien stecken bleiben (vgl. Peucker & Weißhaupt 2017, 47). Auch die neurokognitive Forschung verdeutlicht die Wichtigkeit der Verknüpfung von Zahlen mit konkreten Mengen in der Erwerbsphase (vgl. Krinzinger 2017, 38).

1.4.3 Operationsverständnis

Das erstmals von Bruner beschriebene EIS-Prinzip besagt, dass für jedes Lernen mathematischer Sachverhalte die drei Darstellungsebenen *„enaktiv-ikonisch-symbolisch“* von entscheidender Bedeutung sind, wobei Bruner davon ausgeht, dass die Denkentwicklung gleichzeitig auf den verschiedenen Ebenen verläuft.
Ein vollständig entwickeltes Operationsverständnis zeigt sich laut Gerster und Schultz durch die Fähigkeit zur Übersetzung zwischen den drei von Bruner beschriebenen Repräsentationsebenen (Abb.1):

- Einer meist verbal beschriebenen konkreten Sachsituation (enaktive Ebene),
- einer modell- oder bildhaften Darstellung (ikonische Ebene),
- einer symbolischen Schreibweise für die zugrundeliegende Rechenoperation (symbolische Ebene). (vgl. Gerster & Schultz 2004, 265f.)

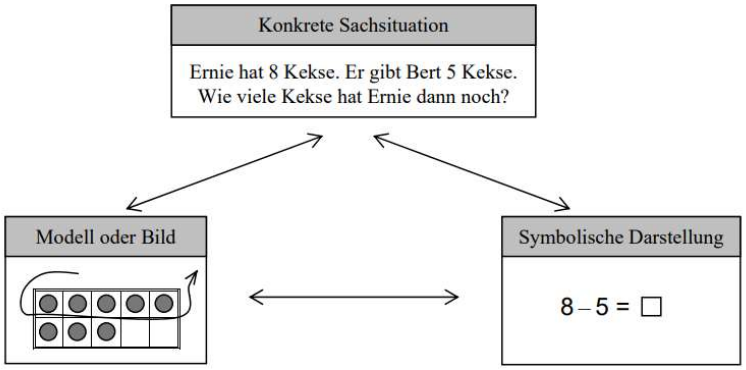


Abb. 1: Verschiedene Repräsentationen einer Subtraktionsaufgabe (Gerster & Schultz 2004, 352)

Bönig unterscheidet zusätzlich explizit zwischen der Sprachebene und der Symbolebene. Diese zusätzliche Unterscheidung in die verbal-symbolische und die nonverbal-symbolische Ebene findet sich auch bei anderen Autoren und war bereits von Bruner selbst angedacht (Abb. 2).

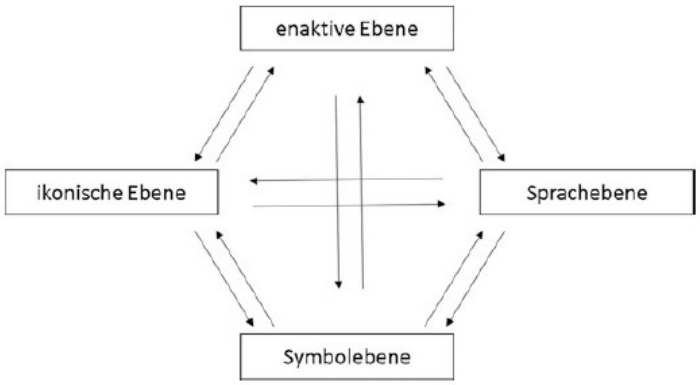


Abb. 2 Operationsverständnis nach Bönig
(Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner 2018, 99)

Jeder der vier Grundrechenarten liegt eine spezifische Handlungslogik zugrunde. Kwapis u.a. beschreiben diese jeweilige Handlungslogik folgendermaßen:

- *Addition* meint das Zusammenfassen mehrerer Teilmengen zu einer Gesamtmengen, nicht -wie bei vielen Erstklässlern- das Vorwärtszählen der Zahlwortreihe.
- Die *Subtraktion* ist die Umkehrung der Addition. Aus einer Gesamtmenge werden eine oder mehrere Teilmengen exkludiert bzw. entnommen. Die Frage richtet sich hier nach der Größe des Teils, der die Restmenge bildet. Gleichzeitig umfasst ein Subtraktionsverständnis die Kenntnis des Vergleichs zweier Mengen hinsichtlich ihrer Differenz.
- Die *Multiplikation* beschreibt verkürzt das Addieren gleichwertiger Summanden oder kann als Zusammenfassung gleichzeitig vorliegender Teilmengen zu einer Gesamtmenge verstanden werden.
- Die *Division* beschreibt ein Teilen einer Gesamtmenge in gleichgroße Teilmengen. Hierbei gibt es die beiden folgenden handlungslogischen Unterscheidungen:
  - die Frage nach der Größe der Teilmenge beim vollständigen Teilen einer Gesamtmenge („Wie viele Kekse bekommt jedes Kind, wenn zwölf Kekse gerecht an drei Kinder „verteilt“ werden?).

- die Frage nach der Anzahl der gleichgroßen Teilmengen („Für wie viele Kinder reichen die Kekse, wenn von den insgesamt zwölf Keksen jedes Kind vier erhält?“).

Die Frage 12:4 fragt also nach dem abstrakten Verhältnis der Werte vier und zwölf - zwölf ist das dreifache von vier, vier ist der dritte Teil von zwölf.

Ein vollständig entwickeltes Operationsverständnis der vier Grundrechenarten zeigt sich, wie beschrieben, in der Fähigkeit zum flexiblen Übersetzen zwischen den drei bzw. vier Repräsentationsebenen. Jede Rechenoperation sollte somit auf eine Mengenhandlung zurückgeführt werden können. Zudem sollte verstanden sein in welchem Zusammenhang die Rechenoperationen zueinanderstehen (vgl. Kwapis u.a. 2018, 16ff.).

1.4.4 Aufbau des dekadisch strukturierten Stellenwertsystems

Unser dekadisches Zahlsystem basiert auf einer fortlaufenden Zehnerbündelung gleichwertiger Einheiten zur nächstgrößeren Einheit. Zehn Einer werden zu einem Zehner, zehn Zehner zu einem Hunderter, zehn Hunderter zu einem Tausender usw. zusammengefasst. Die Anzahl der Bündel jeder Einheit wird als Wert auf einer jeweils eigenen Stelle erfasst. Dies ermöglicht, dass das Zahlbeziehungswissen aus dem Zahlenraum bis zehn in andere Zahlenräume übertragen werden kann und Analogien gebildet werden können (vgl. Kwapis u.a. 2018, 19).

2. Zum Phänomen der Rechenschwäche

2.1 Begrifflichkeit

Rechenstörung, Rechenschwäche, Dyskalkulie, Akalkulie, Arithmasthenie - beschäftigt man sich genauer mit dem Phänomen der besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens, stößt man in der Literatur auf eine Vielzahl an unterschiedlichen Begriffen, deren Bedeutungsgehalt sich nur schwer voneinander abgrenzen lässt (vgl. Krajewski 2003, 15).

Trotz jahrzehntelanger Bemühungen in der Forschung, Erklärungen für das Phänomen der Rechenschwäche zu finden, konnte man sich bis heute auf keine allgemein anerkannte wissenschaftliche Definition einigen (vgl. Kaufmann & Wessolowski 2019, 9). Manche Autorinnen und Autoren verwenden die oben genannten Begriffe synonym, während sie von anderen deutlich voneinander abgegrenzt werden (vgl. Landerl u.a. 2017, 101).

Das Bemühen, zu einer näheren Charakterisierung von Eigenart und Erscheinungsbild der Rechenschwäche zu gelangen, ergab eine Vielzahl an Definitionen und Definitionsversuchen (vgl. Claus & Peter 2005, S. 16). Hierbei wird manchmal zwischen einer *Rechenstörung* und einer *Rechenschwäche* unterschieden, wobei die Rechenschwäche als leichtere Form der Rechenstörung verstanden wird. Kuhn u.a. stellen im Manual des Diagnoseverfahrens „*Cody M 2-4*“ dar, dass es unter den Kindern mit Rechenschwierigkeiten eine Subgruppe an Kindern mit einer Intelligenz im Normbereich gäbe. Diese Subgruppe könne man als Kinder mit Rechenschwäche bezeichnen. Unter diesen Kindern mit Rechenschwäche wiederum gäbe es wieder eine Subgruppe der Kinder, bei denen die Diskrepanz von Intelligenz- und Mathematikleistung diagnostisch festgestellt wurde. Diese Subgruppe könne man wiederum als Kinder mit Rechenstörung bezeichnen (vgl. Kuhn u.a. 2019, 5). Gleichzeitig betont jedoch das Autorenteam, dass es in der Literatur bislang keine starke Evidenz für eine klare Separierbarkeit von Kindern mit Rechenschwäche und Rechenstörung, weder hinsichtlich ihrer kognitiven Profile noch hinsichtlich der geeigneten Interventionen, gäbe. Die von Kuhn u.a. beschriebene Einteilung in verschiedene Subgruppen erscheint mir somit als wenig hilfreich. Die Unterscheidung zwischen Rechenschwäche und Rechenstörung ist wissenschaftlich umstritten, da bisherige Studien keine substanziellen Unterschiede zwischen Kindern mit Rechenschwäche und Rechen-

störungen bei einfachen oder komplexen mathematischen Aufgaben nachweisen konnten (Ehlert u.a. 2012, 169ff.).

Im Folgenden werden die Begriffe Rechenschwäche, Rechenstörung und Dyskalkulie daher meist synonym verwendet.

2.2 Ursachenforschung

Innerhalb der Ursachenforschung lassen sich verschiedene Ansätze voneinander abgrenzen. Grundsätzlich kann man zwischen Forschungsansätzen aus der neurowissenschaftlich/medizinisch/psychologischen und denen der didaktisch/pädagogisch/therapeutischen Perspektive unterscheiden, wobei jahrzehntelang deutlich mehr Ursachenforschung auf neurowissenschaftlich und medizinischer Seite betrieben wurde (vgl. Lorenz 2003, 14). Deutlich seltener wurde das Phänomen von mathematikdidaktischer oder pädagogischer Seite untersucht.

2.2.1 Beitrag der Neurowissenschaften

Seit langem suchen Neurowissenschaftler/-innen bereits nach einem sogenannten „Rechenzentrum“ im Gehirn. Während sich für Sprache und Motorik klare Gehirnregionen lokalisieren lassen, sind beim Rechnen viele verschiedene Gehirnbereiche involviert. Dies sind beispielsweise Gehirnregionen, die für die sprachliche Verarbeitung, das Langzeitgedächtnis, für die Aufmerksamkeit oder das Arbeitsgedächtnis zuständig sind.

Neuere, vorwiegend englischsprachige Studien, nehmen an, dass der intrapartiale Sulcus (IPS) - eine Gehirnfurche auf der lateralen Oberfläche des Parietallappens, dessen Hauptfunktion die Koordination von visueller Wahrnehmung und Motorik ist - auch eine bedeutende Rolle bei der Ausführung von Rechenvorgängen spielt (vgl. Cantlon u.a. 2006 / Dastjerdi u.a. 2013).

Dementsprechend vermuten einige Wissenschaftler/-innen, dass eine (genetisch bedingte oder erworbene) Schädigung in dieser Gehirnregion zu einer Rechenschwäche führt. Lässt dies jedoch den Umkehrschluss zu, dass bei Kindern mit Rechenschwäche grundsätzlich eine Hirnstörung vorliegt und Umweltfaktoren als Ursache für Rechenschwäche eine untergeordnete Rolle spielen? Wäre dies der Fall könnte man von pädagogischen Förder- und Therapieangeboten nur wenig

bis gar keinen Erfolg erwarten, denn man müsste davon ausgehen, dass eine Rechenschwäche kaum behandelbar ist.

Von Aster stellt in seinem Artikel „*Wie kommen Zahlen in den Kopf*“ ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen dar, welches versucht spezifische Einflüsse aus Anlage und Umwelt zu integrieren (vgl. von Aster & Lorenz 2013, 9). Zur Beschreibung der geistigen Funktionen der Zahlenverarbeitung und des Rechnens nutzt von Aster das von Dehaene (1992) formulierte >>Triple-Code-Modell<<. Demnach finden Verarbeitung und Repräsentation von Zahlen auf drei Ebenen statt (Abb.2).

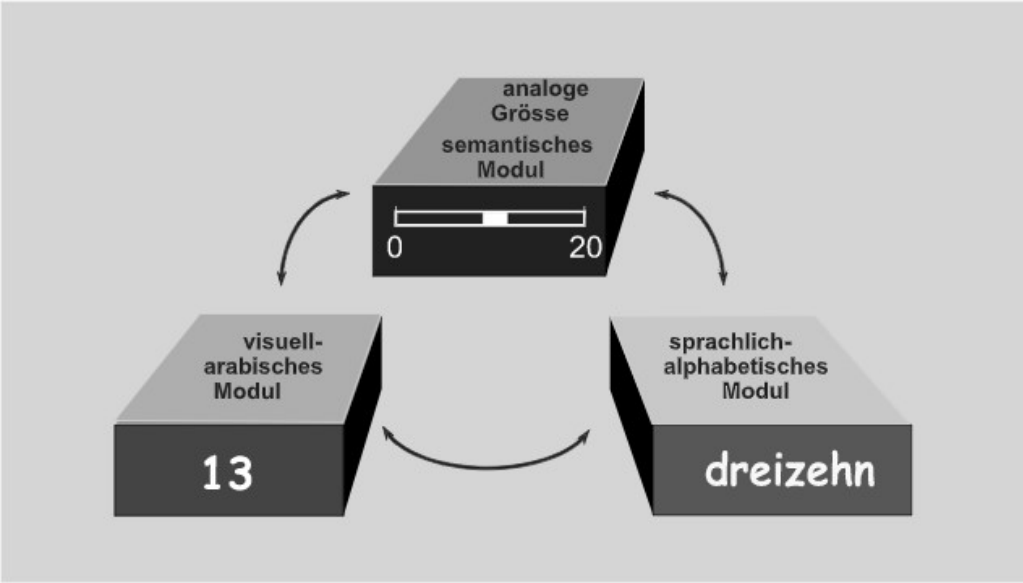


Abb. 3 Triple-Code-Modell nach Dehaene 1992
(Von Aster 2013, 20)

Im Detail beschreibt das Triple-Code-Modell die Gehirnprozesse von Erwachsenen beim Rechen und besagt, dass Erwachsene über drei neuronale Netzwerke (so genannte Module) verfügen, die in unterschiedlichen Gehirnregionen lokalisiert sind. Diese drei Module entsprechen den verschiedenen repräsentationalen Eigenschaften und Funktionen von Zahlen (sprachlich-alphabetisches Zahlwort, visuell-arabisches Notation, analoge mentale Zahlenraumvorstellung).

Die Entwicklung dieser zahlenverarbeitenden Hirnfunktionen ist nach von Asters Vier-Stufen-Modell hierarchisch gegliedert (Abb.4).

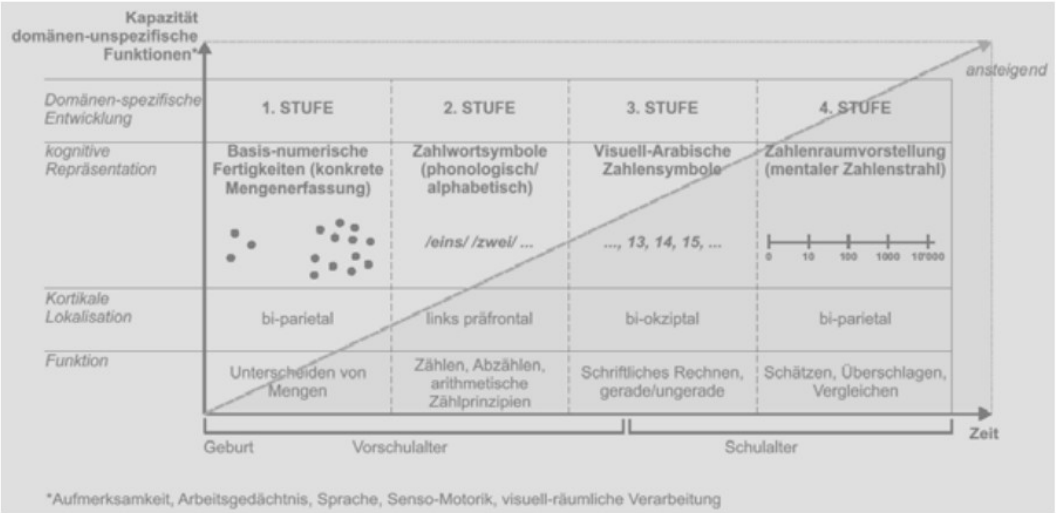


Abb. 4: Vier-Stufen-Modell der Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen (Von Aster 2013, 21)

Grundlage bilden auf der ersten Stufe die angeborenen basisnumerischen Fertigkeiten, also die Fähigkeit zur Unterscheidung konkreter (kardinaler) Mengen. Darauf aufbauend kommt es zur sinnhaften Symbolisierung dieser Mengenunterscheidung, auf der zweiten Stufe in Form von Zahlwörtern und später auf der dritten Stufe in Form von schriftlichen Notationssystemen wie den arabischen Zahlensymbolen. Der Erwerb dieser beiden Systeme (Zahlwortsystem und arabisches Notationssystem) bilden die Voraussetzung für die Entwicklung einer abstrakt symbolischen, räumlichen (ordinalen) Zahlraumrepräsentation auf der vierten Stufe, die das mentale Operieren mit Zahlen ermöglicht.

Von Aster (2013, 22) erklärt:

> *„Stufe 1 stellt praktisch eine Frühform von Stufe 4 dar, Letztere geht also aus Ersterer hervor, und dies kann nur geschehen durch den kulturvermittelten Erwerb der sprachlichen und arabischen Zahlensymbolsysteme. Sie stellen sozusagen den Baustoff für diese Metamorphose dar.*“

Das Vier-Stufen-Modell geht nicht, wie andere neurowissenschaftliche Ansätze, von einer einheitlichen (genetischen), die frühen basisnumerischen Fähigkeiten betreffenden Ursache von Rechenstörungen aus. Es besagt jedoch, dass eine Schädigung dieser frühen Basissysteme zur Folge hat, dass numerische Sinnbezüge für Zahlensymbole nicht ausreichend hergestellt werden können.

Von Aster vermutet bei der konkreten kardinalen Mengenrepräsentation demnach eine genetisch determinierte Grundlage (vgl. von Aster 2013, 16).

Neurologische Störungen können somit Ursache einer Rechenstörung sein (vgl. von Aster 2013, 26). Hierbei kann ihm zufolge einer der drei beschriebenen Bereiche oder die Übersetzung zwischen den Bereichen gestört sein.

Zur neurowissenschaftlichen Perspektive der Rechenschwäche führt Krinzinger an, dass bezüglich ihrer Gehirnaktivierung Kinder mit Rechenstörung im Vergleich zu nicht betroffenen Kindern sehr ähnliche Muster wie Kinder im Vergleich zu Erwachsenen zu zeigen scheinen. Dies legt für ihn den Schluss nahe, dass es sich bei der Rechenschwäche eher um eine Entwicklungsverzögerung als um qualitativ abweichende Entwicklungsformen handelt (vgl. Krinzinger 2017, 411).

Die grundsätzlich unterschiedliche Herangehensweise von entwicklungspsychologischen und neuropsychologischen Ansätzen an das Phänomen der Rechenschwäche formuliert Krajewski (2005a, 156) folgendermaßen:

> *„Während entwicklungspsychologische Ansätze zu erklären versuchen, wie ein Kind zum Verständnis der Mathematik gelangt, sind kognitiv-neuropsychologische Modelle auf Prozesse fokussiert, die während des Rechnens im Gehirn ablaufen.“*

Es bleibt festzuhalten, dass die neurowissenschaftliche Ursachenforschung von Rechenschwäche der zentralen Frage der Funktionsweise des Gehirns beim Rechnen nachgeht. Ziel dieser Grundlagenforschung ist nicht die direkte Umsetzung dieses Wissens in adäquate Hilfsangebote für rechenschwache Kinder.
Für Personen aus den Bereichen der Mathematikdidaktik oder Pädagogik ist die Frage nach basalen Ursachen der Rechenschwäche im Kind jedoch meist mit der Hoffnung verbunden, eine Maßnahme zur Behebung der Ursache veranlassen zu können, in deren Gefolge die Rechenschwäche dann verschwindet (oder die Hoffnung, eine andere Zuständigkeit für die Behebung der Probleme dieses Kindes auszumachen) (vgl. Gerster & Schultz 2004, 221). Daher sollen im Folgenden die Ursachen von Rechenschwäche aus mathematikdidaktischer Perspektive genauer dargestellt werden.

2.2.2 Mathematikdidaktische Perspektive

Um Kinder mit einer Rechenschwäche konkret unterstützen zu können, ist, laut Gerster und Schultz, Wissen über die Entwicklung des mathematischen Denkens

notwendig (vgl. Gerster & Schultz 2004, 222). Viele Personen aus Mathematikdidaktik, Pädagogik und Lerntherapie, die Kindern mit Rechenschwäche helfen möchten, betrachten daher das Phänomen der Rechenschwäche und auch deren Ursachen im Kontext der Frage, was ein erfolgreicher Rechenerwerb benötigt. Mathematiklernen wird hierbei grundsätzlich als Entwicklungsprozess aufgefasst, in dem jeder Lernende seinen Lerngegenstand aktiv selbst strukturiert und rekonstruiert (vgl. Schulz 1995, 42).
Bei der Rechenschwäche wird in diesem Sinne grundsätzlich nicht von einem anhaltenden Defekt mit Krankheitswert ausgegangen, sondern von einer Schwäche, die behoben werden kann.
Die Rechenschwäche zeichnet sich nach diesem Verständnis dadurch aus, dass die elementare zahlenmathematische Logik unverstanden, nur in Teilen verstanden oder falsch verstanden wurde und dadurch Betroffenen nur ein unzureichender Umgang mit Mengen und Zahlen möglich wird (vgl. Ufholz 2018, 6).
So liegen, auch bei älteren Kindern und Jugendlichen mit Schwierigkeiten in Mathematik, die Wurzeln des Problems häufig schon in der frühen Grundschulzeit: Das Zahlverständnis ist ordinal geprägt, d. h. Zahlen werden nicht als Mengen oder Quantitäten begriffen, sondern als Positionen. Der Zahlenraum bis zehn wurde nie vollständig automatisiert, der Sinn des Stellenwertsystems nie wirklich begriffen. In der Folge bleiben Kopfrechenfertigkeiten rudimentär, denn es wird mehr gezählt als gerechnet, und die Punktrechenarten markieren eine typische, folgenschwere Bruchstelle beim Übergang zum Lernstoff der weiterführenden Schulen (vgl. Grebbe & Richarz 2017).

Es gab entsprechend dieser Vorstellung in der Forschung immer wieder Ansätze, die versucht haben, das Phänomen der „Rechenschwäche“ anhand seiner auftretenden Symptome, also phänomenologisch, zu definieren. Hierbei wurde zum Beispiel nach spezifischen Fehlern gesucht, die typisch für rechenschwache Kinder sind. Entsprechende Untersuchungen kamen allerdings zu dem Ergebnis, dass Kinder mit Rechenschwäche sich nicht dadurch auszeichnen, andere Fehler als ihre Mitschülerinnen und Mitschüler zu machen. Vielmehr geht es um die Häufigkeit, Vielfalt und Hartnäckigkeit der Fehler (vgl. Thiel 2001,10f).

Bereits im Jahr 1989 bemühte sich Schöniger um eine Definition der Rechenschwäche, die das Verständnis des Kindes für Mathematik, ihren Aufbau und ihre

Operationen ins Zentrum stellt. Sie lautete: *„Arithmasthenie ist das Fehlen eines Verständnisses für die Mathematik, ihren Aufbau und ihre Operationen.“* (Schöniger 1989, S. 94). Diese sehr allgemein gehaltene Definition lässt allerdings den Lernprozess völlig außer Acht, zudem steht eine solche Definition immer vor dem Problem der quantifizierbaren Diagnostik, denn es bleibt unklar, worin sich genau das Unverständnis für Mathematik äußert und welchen Umfang es erreichen muss (vgl. Thiel 2001,12).
Auch heute beschreiben viele Didaktiker die Rechenschwäche in Bezug auf das Verständnis des Kindes (allerdings in der Regel differenzierter als Schöniger), wie folgende Beispiele zeigen:

Kaufmann & Wessolowski (2019, 9) formulieren ihr Verständnis der Rechenschwäche folgendermaßen:

> „*Wir wollen unter Rechenstörungen bzw. Rechenschwäche verstehen, dass Kinder auf Grund (noch) fehlender Voraussetzungen kein Verständnis für Zahlen, Rechenoperationen und Rechenstrategien aufbauen konnten*.“

Gaidoschik (2017, 13) definiert:

> „R*echenschwäche ist demnach auf der Ebene des kindlichen Denkens ein klar beschreibbarer (…) Zusammenhang von Fehlvorstellungen, fehlerhaften Denkweisen und letztlich nicht zielführenden Lösungsmustern zu den <einfachsten> mathematischen Grundlagen*.“

Claus & Peter (2005, 17) erklären:

> „*Im Fall der Rechenschwäche lässt sich beobachten, dass die für sie charakteristischen nachhaltigen Lern- und Leistungsprobleme auf falsche Vorstellungen und unangemessene Strategien zurückzuführen sind*.“

2.2.3 Multi-Kausalmodelle

Bislang konnten keine Ursachen herausgestellt werden, die eine Rechenschwäche zwangsläufig zur Folge haben (vgl. Spiegel & Selter 2007, 92).
Bei einigen Kindern mit Rechenschwäche kann eine defizitäre Funktion basisnumerischer Module als zentrale Verursachungsbedingung angenommen werden (vgl. Landerl u.a. 2017, 149). Bei anderen Kindern hingegen, können allgemeine kognitive Funktionen (z. B. einzelne Komponenten des Arbeitsgedächtnisses oder die Regulation der Aufmerksamkeit), motivationale Bedingungen oder

fehlende Wissensvoraussetzungen bezüglich Mengen, Zahlen und elementarer Begriffe für die Rechenschwäche verantwortlich sein. Auch eine mangelnde Berücksichtigung des individuellen Lernstandes beim mathematischen Lernen am Schulanfang kann zur Ausbildung einer Rechenschwäche führen.
Der aktuelle Forschungsstand legt in jedem Fall den Schluss nahe, dass es sich bei Rechenschwäche oder Dyskalkulie nicht um ein einheitliches Störungsbild handelt. Vielmehr wird deutlich, dass vielfältige Faktoren auf die Rechenleistung eines Kindes Einfluss nehmen.

Folgende Modelle zeigen den Versuch diese möglichen Einflussfaktoren darzustellen:

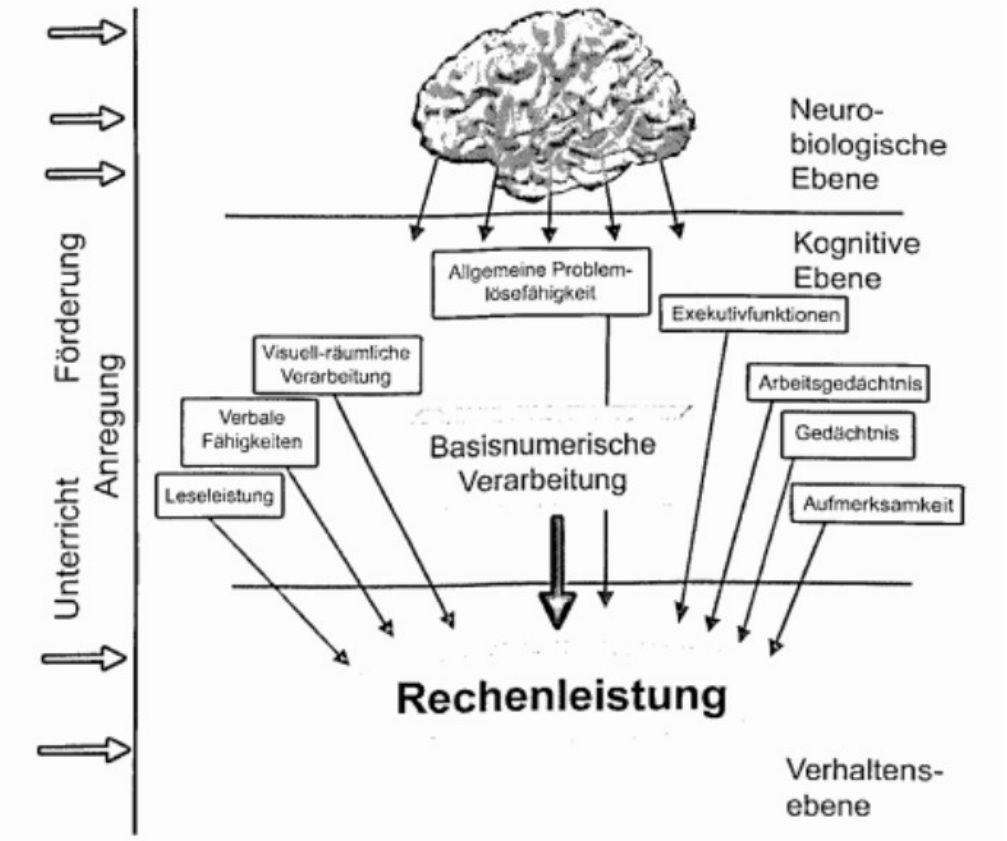


Abb. 5: Kausalmodell zu den Einflussfaktoren für die Entwicklung der Rechenleistungen nach Morthon & Frith 2004 (Landerl u.a. 2017, 150)

Während das Kausalmodell von Morton & Frith 2004 (Abb. 5) auf den drei Ebenen, der neurobiologischen, der kognitiven und der Verhaltensebene beruht, unterteilt Gaidoschik (Abb.6) die Einflussfaktoren in die Bereiche Schule, Familie und Kind.

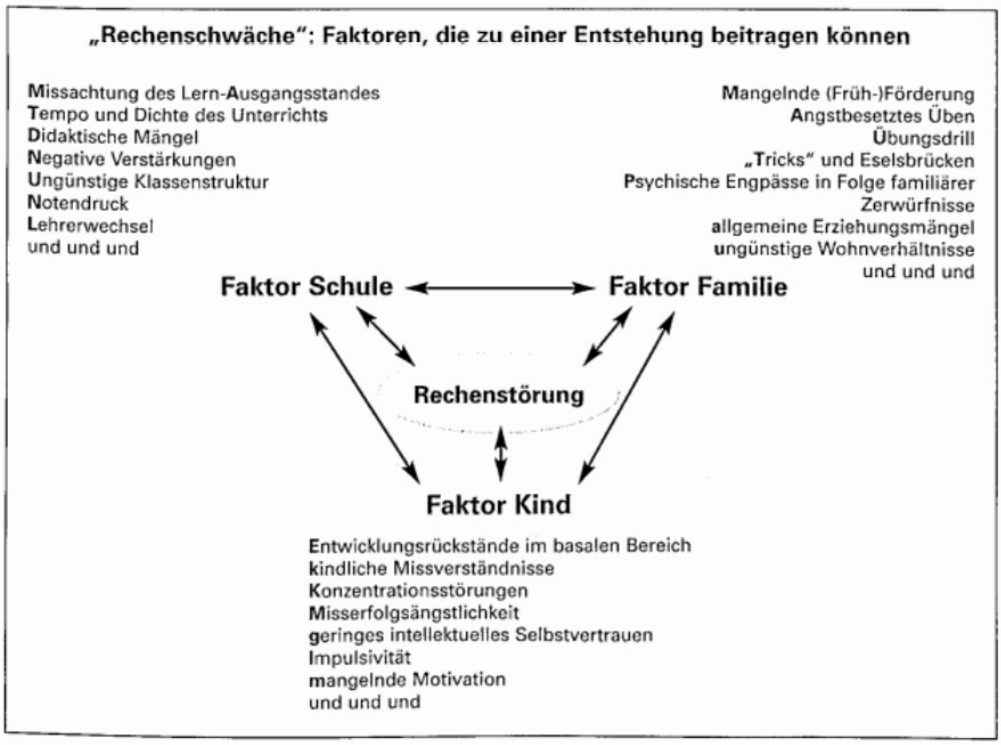


Abb. 6: Faktoren die zu einer Rechenschwäche führen können (Gaidoschik 2017, 15)

Jakobs und Petersmann hingegen unterteilen die möglichen Ursachen einer Rechenschwäche in primäre Faktoren, zu denen sie neben den neuropsychologischen und genetischen Faktoren auch die Beschulung zählen, und sekundäre Faktoren (Abb. 7).

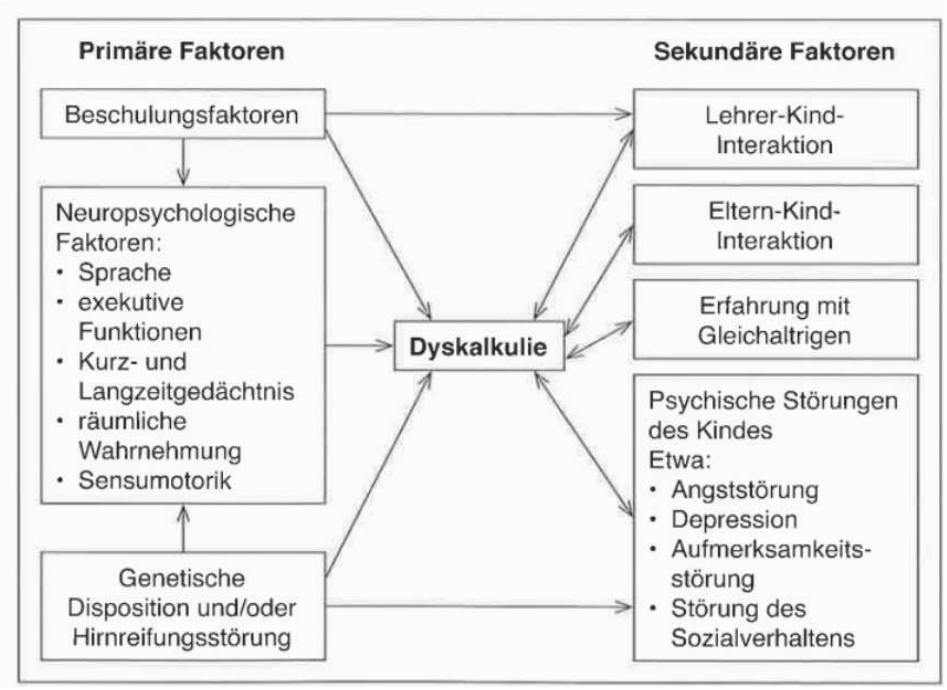


Abb. 7: Mögliche Ursachen einer Dyskalkulie nach Jacobs & Petermann 2007 (Lambert 2015, 73)

Bei den meisten dargestellten Komponenten dieser Modelle wird die zukünftige Forschung erst zeigen müssen, auf welche Art und Weise sie die Entwicklung der Rechenleistung beeinflussen und inwieweit ihnen eine kausale Rolle bei der Entstehung von Rechenschwäche zukommen kann.

Aufgrund der Tatsache, dass die gesamte Forschung über jahrzehntelang vorwiegend von Medizinern betrieben wurde, ist der Begriff der Rechenstörung im deutschsprachigen Raum in starkem Maß durch die Festlegung der Internationalen Klassifikation psychischer Störungen (ICD-10) der Weltgesundheitsorganisation (WHO) bestimmt.

2.3 Rechenstörung nach ICD-10 und ICD-11

Die ICD-10 ist die zehnte Fassung des Manuals, das der Zuordnung von Krankheitssymptomen zu verschiedenen Krankheitsbildern dient und somit zur Diagnose einer Krankheit anhand feststehender Kriterien herangezogen werden kann. Es erlaubt somit einem Diagnostiker oder einer Diagnostikerin anhand von einer bestimmten Kombination von Symptomen ein Krankheitsbild festzustellen (vgl. Krajewski 2003, 16).

Die ICD-10 ist die unveränderte Übersetzung der zehnten Fassung der englischsprachigen ICD (International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems.) Die Rechenstörung findet sich hier unter den umschriebenen Entwicklungsstörungen (F81.2) und wird dort folgendermaßen definiert:

> *„Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden.“*

Die umschriebenen Entwicklungsstörungen bezeichnen innerhalb der IDC-10 Rückstände bzw. Verzögerungen in der kindlichen Entwicklung und sind mit der biologischen Reifung des Zentralnervensystems verknüpft (vgl. Jacobs & Petermann 2012, 15). Die Prävalenz von Rechenstörungen nach ICD-10 wird nach verschiedenen Untersuchungen zwischen 1,8% und 7% angegeben.

Offiziell trat am ersten Januar 2022 die elfte Fassung der ICD in Kraft. In der ICD-11 findet sich die Rechenstörung nicht mehr als eigenes Krankheitsbild, sondern taucht unter der Beschreibung der Lernentwicklungsstörung mit Beeinträchtigung in Mathematik (6A03.2) auf und wird dort folgendermaßen definiert:

> *„Eine Lernentwicklungsstörung mit Beeinträchtigung in Mathematik ist gekennzeichnet durch erhebliche und anhaltende Schwierigkeiten beim Erlernen akademischer Fähigkeiten im Zusammenhang mit Mathematik oder Arithmetik, wie z.B. Zahlensinn, Auswendiglernen von Zahlenfakten, genaues Rechnen, flüssiges Rechnen und genaues mathematisches Denken. (…) Die Lernentwicklungsstörung mit Beeinträchtigung in Mathematik ist nicht auf eine Störung der intellektuellen Entwicklung, eine sensorische Beeinträchtigung (Seh- oder Hörvermögen), eine neurologische Störung, mangelnde Verfügbarkeit von Bildung, mangelnde Beherrschung der Sprache des akademischen Unterrichts oder psychosoziale Widrigkeiten zurückzuführen.“*

Die Einführung der ICD-11 in Deutschland wird allerdings noch mehrere Jahre in Anspruch nehmen. Bis dahin bleibt die ICD-10 weiterhin die gültige amtliche Klassifikation. Aus diesem Grund beziehe ich mich im weiteren Verlauf in erster Linie auf die Fassung der ICD-10.

Haberstroh und Schulte-Körne merkten in einem Artikel im Deutschen Ärzteblatt 2019 (vgl. Haberstroh & Schulte-Körne 2019, 108) an, dass die Klassifikation einer Rechenstörung im ICD-10, die sich ausschließlich auf Defizite in den Grundrechenarten stütze, auf der Basis aktueller Erkenntnisse hinterfragt werden müsse. Es gäbe seit den letzten zwei Jahrzehnten ein stark gestiegenes öffentliches und wissenschaftliches Interesse an der Rechenstörung, was zu neuen Erkenntnissen geführt habe.

Um diese neuen Erkenntnisse systematisch aufzuarbeiten und mit Vertreterinnen und Vertretern wissenschaftlicher und beruflicher Organisationen klare und empirisch fundierte Empfehlungen für eine einheitliche und valide Diagnostik, sowie wirksame Behandlung der Rechenstörung abzuleiten, wurde unter Leitung der Deutschen Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie (DGKJP) und in Zusammenarbeit mit 19 weiteren Fachgesellschaften und Verbänden die weltweit erste evidenz- und konsensbasierte S3-

Leitlinie zur Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung entwickelt und im Jahr 2018 veröffentlicht (vgl. Haberstroh & Schulte-Körne 2019, 108).

2.4 S3-Leitlinie

Laut der S3-Leitlinie zur Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung handelt es sich bei der Rechenstörung ebenfalls um eine umschriebene Entwicklungsstörung schulischer Fertigkeiten und somit um eine persistierende (anhaltende) Störung mit Krankheitswert. Bei der Rechenstörung würden, diesem Verständnis nach, fachkundige, individualisierte Diagnostik, Förderung und Therapie, sowie Maßnahmen der Eingliederungshilfe in der Regel notwendig (vgl. S3-Leitlinie: Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung).

Die S3-Leitlinie gliedert sich in die vier Bereiche: Symptomatik, Diagnostik, Behandlung sowie Komorbiditäten der Rechenstörung (vgl. Haberstroh & Schulte-Körne 2019, 108).

Im Unterschied zur Definition der Rechenstörung in der ICD-10 haben laut der S3-Leitlinie Menschen mit Rechenstörung in allen Bereichen der Mathematik (Grundrechenarten, Einmaleins, Textaufgaben), sowie bei der Anwendung der Basiskompetenzen des Rechnens (Zahlen- und Mengenverarbeitung), große Probleme. Daher benötigten Menschen mit Rechenstörung eine deutlich verlängerte Zeit zum Lösen von Aufgaben.

Diese mathematikspezifischen Defizite werden laut der S-3-Leitlinie in der Regel begleitet durch deutliche Minderleistungen im visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnis und beim Unterdrücken ablenkender Reize (Inhibition) (vgl. S3-Leitlinie, 6).

In der S3-Leitlinie wird ein Profil der Rechenstörung definiert, das über die bloße Rechenleistung, wie sie in der ICD-10 beschrieben wird, hinausgeht. Zur Diagnosestellung sollten demnach auch Basiskompetenzen und domänenübergreifende Fähigkeiten wie das visuell-räumliche Kurzzeitgedächtnis, sowie die Fähigkeit zur Inhibition überprüft werden (vgl. Haberstroh 2020, 106).

Die Verwendung des Intelligenzdiskrepanzkriteriums wird in der S-3-Leitlinie nicht empfohlen.

Laut Haberstroh und Schulte-Körne gilt die Leitlinie für Kinder, Jugendliche und Erwachsene und soll in allen Bereichen der Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung eingesetzt werden.

Um die Implementierung der Empfehlungen zu erleichtern, beinhaltet die Leitlinie zusätzlich Informationen zur Umsetzung in der Schule, der Lerntherapie sowie bei Erwachsenen mit Rechenstörung. Ebenso stehen Fallbeispiele zur Verfügung, die den diagnostischen Prozess exemplarisch aufzeigen sollen (vgl. Haberstroh & Schulte-Körne 2019, 113).

Um Aussagen über das Vorliegen einer Rechenstörung treffen zu können, sollen, der Leitlinie zufolge, mathematische Leistungstests genutzt werden. Als Diagnosekriterium gilt hierbei eine Alters- oder Klassennormdiskrepanz von mindestens 1,5 Standardabweichungen (PR <7, T-Wert < 35). Ein weicheres Diagnosekriterium einer Alters- oder Klassennormdiskrepanz von mindestens einer Standardabweichung (PR ≤ 16, T-Wert ≤ 40) ist möglich, wenn klinische und qualitative Kriterien den Verdacht einer Rechenstörung deutlich unterstützen.

2.5 Kritische Reflexion zu ICD und Leitlinie

Sowohl ICD-10 als auch ICD-11 legen bei der Feststellung einer Rechenstörung (bzw. einer Lernentwicklungsstörung mit Beeinträchtigung in Mathematik) ein Diskrepanzkriterium zugrunde. Eine Rechenschwäche zeichnet sich demnach dadurch aus, dass eine erhebliche Diskrepanz zwischen den Rechenleistungen einerseits und der allgemeinen Intelligenz andererseits festgestellt wird. Von einer Rechenschwäche kann laut ICD außerdem nicht gesprochen werden, wenn die Beeinträchtigung auf unangemessene Beschulung oder direkt auf Defizite im Sehen, im Hören bzw. auf neurologische Störungen zurückzuführen sind.

Gegen die Diskrepanzannahme ist einzuwenden, dass hierbei der komplexe Zusammenhang von Intelligenz und mathematischen Leistungen nicht berücksichtigt wird. Fast alle Intelligenztests, die auf eine breite Messung des Konstrukts abzielen, enthalten numerisch-mathematische Anforderungen, die sich wiederum teilweise mit Testverfahren zur Messung der mathematischen Kompetenz überschneiden. Je höher diese Überlappung in den Aufgabentypen ausfällt, desto unwahrscheinlicher ist es, dass eine Diskrepanz zwischen Intelligenz und mathematischer Kompetenz festgestellt werden kann bzw. dass die Intelligenzleistung rechenschwacher Kinder korrekt eingeschätzt werden kann (vgl. Ehlert u.a. 2012, 171).

Bezüglich der Diskrepanzdefinition erklärt Gaidoschik (2017, 12f):

> *„Sie sagt nämlich nur, was das rechenschwache Kind nicht tut. Es rechnet nicht so, wie es seinem Intelligenzniveau angemessen wäre. Es wird aber gar nichts darüber gesagt, was das rechenschwache Kind stattdessen schon tut, wenn es rechnet. Es findet also keine inhaltliche Beschäftigung mit dem Rechnen und Denken rechenschwacher Kinder statt.“*

Eine inhaltliche Charakterisierung der beeinträchtigten Rechenleistungen werde somit geradezu vermieden (vgl. ebd.).
Lorenz ergänzt, dass die Intelligenz als Kriterium die Gefahr einer willkürlichen Grenzziehung berge (vgl. Lorenz 2003, 14f).

Auch die in den Definitionen der WHO enthaltenen Ausschlusskriterien zu anderen Bedingungsfaktoren sind fragwürdig. Claus und Peter merken hierzu an, dass Rechenschwäche durch diese Ausschlusskriterien zu einer unabhängig vom durchlaufenden Lernprozess vorliegenden Eigenart des Kindes erklärt würde. Implizit sei darin eine Behauptung über die (Nicht-) Korrigierbarkeit von Rechenschwierigkeiten enthalten, die schwerwiegende Folgen bezüglich der Fördermöglichkeiten nach sich ziehe (vgl. Claus & Peter, 2005, 16f.).
Lorenz und Radatz betonen, dass mathematische Kompetenz immer durch das Kind in einem Entwicklungsprozess herausgebildet wird, in dem äußere Umstände – insbesondere die schulischen Lernbedingungen – einen erheblichen Einfluss ausüben. Demnach seien auch bei der individuellen Herausbildung einer Rechenschwäche schulische Gegebenheiten (u.a. didaktische Mängel, häufiger Lehrerwechsel etc.) als Bedingungsfaktoren zu berücksichtigen. Die Autoren ergänzen, dass für den Fall, dass sich bei einem Kind herausstelle, dass die schulischen Gegebenheiten bei der Entwicklung der Lernschwierigkeiten einen starken Anteil haben, nicht einzusehen sei, warum dies gegen das Vorliegen einer Rechenschwäche sprechen solle (Lorenz u. Radatz 1993).
Kaufmann und Wessolowski merken ebenfalls an, dass die Entstehungsbedingungen für eine Rechenstörungen sehr vielschichtig seien und dass diese, außer in der Person des Kindes, auch in seiner Lernumwelt – im familiären und sozialen, sowie schulischen Umfeld – liegen können (vgl. Kaufmann & Wessolowski 2019, 9).

Nach der S-3-Leitlinie der „*DGKJP*“ gilt als Diagnosekriterium einer Rechenstörung eine festgelegte Diskrepanz der Individualleistung zur Alters- oder Klassennorm. Ist dieser festgelegte Wert (die Unterscheidung einer „harten“ und „weichen“ Trennlinie bei 1,5 bzw. 1 Standardabweichung zur möglichen Diagnostik von Rechenschwäche drückt meines Erachtens eine gewisse Willkür bei der Grenzwertfestlegung aus) erreicht, wird eine Entwicklungsstörung im Rechnen festgestellt. Diese Zuschreibung oder Nicht-Zuschreibung, die aufgrund von erreichter Prozentrangwerte in einem standardisierten Test erfolgen kann, wird als Cut-off-Kriterium bezeichnet. Mathematikleistungen können allerdings je nach verwendetem Mathematiktest stark variieren. So werden unter Umständen zwei Kindern, deren in unterschiedlichen Tests erreichte Prozentrangpunkte sich nur um einen Punkt unterscheiden müssen, Förderangebote und Finanzierungsmittel zugesprochen oder verwehrt.

Als problematisch erachte ich die Tatsache, dass dabei keine arithmetisch inhaltsbezogenen Aussagen und Deutungen, Fehldeutungen und Missverständnisse sowie kompensatorischen Bemühungen der Probanden hinsichtlich vorliegenden Wissens bzw. Nichtwissens analysiert werden.

Wie auch die WHO-Definitionen der ICD spiegelt die S3- Leitlinie eine in erster Linie medizinische bzw. psychologisch/psychiatrische Sichtweise auf Rechenschwierigkeiten wider. Ufholz zufolge wird in diesem Ansatz der Entwicklungsstörung von einer Störung der für die Zahlenverarbeitung und das Rechnen spezifischen kognitiven Funktion ausgegangen. Rechenschwäche habe hier einen Krankheitswert (vgl. Ufholz 2018, 6).

2.6 Fazit

Für alle Lernschwierigkeiten und Entwicklungsstörungen oder -verzögerungen, so auch für die Rechenschwäche, gilt, dass sie einen Anlagefaktor und einen Umweltfaktor besitzen. Demnach kann Rechenschwäche nicht ausschließlich vom Anlagefaktor aus als eine persistierende, also im Prinzip nicht behebbare psychische Störung mit neurobiologischen und genetischen Ursachen betrachtet werden. Ebenso wenig lässt sie sich alleine vom Umweltfaktor aus als schulisches oder familiäres Versagen, verstehen.

Es bleibt festzuhalten – das Problemfeld „Rechenschwäche“ ist sehr komplex und es gibt daher keine einfachen Lösungen. Schwierigkeiten in Mathematik

kommen an allen Schultypen vor und können für die Betroffenen weitreichende Folgen haben: Sie können die Schullaufbahn prägen, die Berufswahl beeinträchtigen und Familien schwer belasten (vgl. Richarz & Grebe 2017, 2). Auch in Zukunft werden zu den unterschiedlichen Ursachenfaktoren, die zur Ausbildung einer Rechenschwäche führen weitere Untersuchungen nötig sein.

Für den Bildungserfolg und die gerechte Teilhabe möglichst vieler Kinder ist meines Erachtens die genaue Festlegung, welche Lernschwierigkeiten in Mathematik als „Rechenschwächen“ bezeichnet werden sollten und welche nicht, im Grunde zweitrangig und spielt vor allem für die gerechte Zuweisung von (begrenzten) Ressourcen eine Rolle. Idealerweise sollte eine Unterstützung für Kinder mit Schwierigkeiten in Mathematik nicht von einzelnen Punktewerten abhängen. Gerster und Schultz betonen, dass die Kriterien der „*ICD-10*“ nicht ohne weiteres praktisch relevant und hilfreich seien und ein Kind, das in einen Rückstand gegenüber den Klassenmitgliedern geraten sei, in jedem Fall Hilfen brauche (vgl. Gerster & Schultz 2004, 207).
Als angehende Lerntherapeutin steht für mich weniger die Frage im Mittelpunkt, ob ein Kind per Definition als rechenschwach gilt oder nicht, sondern vielmehr welche Lernschwierigkeiten es hat und wie ihm geholfen werden kann (vgl. Thiel 2001, 21). Es bleibt hierbei für mich fragwürdig, wie hilfreich es ist, wenn von psychologischer oder medizinischer Seite eine Rechenschwäche anhand festgelegter Kriterien festgestellt wird, jedoch kaum Kenntnisse bezüglich der sich notwendigerweise anschließenden inhaltlichen Maßnahmen vorliegen (vgl. Lenart 2010, 14). Wesentliche Voraussetzung für eine effektive Förderung ist sicherlich ein fundiertes didaktisches Wissen. Die Wahl der Hilfen muss sich an den vorhandenen mathematischen Kognitionen orientieren, welche Hilfeleistende entwicklungspsychologisch einordnen können sollten. Das mathematische Verständnis von Kindern einzuschätzen um ihnen besser helfen zu können, ist und bleibt Aufgabe der Mathematikdidaktik.

Nachdem nun das Phänomen der Rechenschwäche aus verschiedenen Perspektiven untersucht wurde, möchte ich dieses Kapitel mit meinem eigenen Verständnis von Rechenschwäche schließen. Meine Sichtweise orientiert sich hierbei an bereits beschriebenen Formulierungen anderer Mathematikdidaktikerinnen und -didaktikern wie Kaufmann & Wessolowski oder Kwapis.

„Rechenschwäche beruht auf noch nicht vorhandenen oder fehlerhaften Vorstellungen zu mathematischen Grundlagen. Aufgrund dieser fehlenden Grundlagenvorstellungen können Kinder mit Rechenschwäche geeignete Lösungsstrategien zur Bearbeitung von Rechenaufgaben und zur Anwendung in Sachkontexten oft noch nicht zielführend nutzen und greifen stattdessen auf Ersatzstrategien zurück.“
(Richter, 2023).

3. Diagnostik von Rechenschwäche

Für die Erfassung von Lernschwierigkeiten in Mathematik soll mathematische Kompetenz operationalisiert, also in empirisch messbare Merkmale umgewandelt werden. Zunächst stellt sich hierbei immer die Frage, was jeweils genau unter mathematischer Kompetenz verstanden wird. Als zugrunde liegende Modelle von mathematischer Kompetenz lassen sich unterscheiden (vgl. Gerster & Schultz 2004, 223):

- Ein Modell der mathematischen Kompetenz, dessen Teilleistungen in neuropsychologischem Wissen begründet sind,
- ein Modell über die Entwicklung der mathematischen Kognitionen, in dem entscheidende Schritte dieser Entwicklung – eventuell unter Berücksichtigung verschiedener Entwicklungswege – charakterisiert sind,
- ein Modell, bei dem, mit Bezug auf Vorgaben der Lehrpläne, eine repräsentative Sammlung von Aufgaben erstellt wird, die Minimalanforderungen bestimmter Klassenstufen abdecken.

Auch wenn entsprechende Diagnoseverfahren selten nur einem der drei Ansatzpunkten zuzuordnen sind, setzen sie nach Gerster und Schultz einen Schwerpunkt in einer dieser Richtungen. Da es aber wiederum verschiedene neuropsychologische, didaktische und entwicklungspsychologische Modelle der mathematischen Kognitionen gibt, kann die konkrete Verwirklichung jedes diagnostischen Verfahrens inhaltlich verschieden sein.

3.1 Allgemeine Standards in Deutschland gemäß der Leitlinie

Zur Diagnosestellung einer Rechenstörung nach ICD-10 sind laut der S3-Leitlinie neben der obligatorischen Durchführung von psychometrischen (Rechen-)Tests eine klinische Untersuchung sowie eine ausführliche Anamnese und Exploration notwendig (Gerster & Schultz 2004, 203 ff). Die umfassende medizinische Differenzialdiagnostik darf ausschließlich von kinder- und jugendpsychiatrischem, -psychotherapeutischem oder speziell qualifiziertem medizinischen Fachpersonal durchgeführt werden.

Haberstroh und Schulte-Körne beschreiben im deutschen Ärzteblatt was die Diagnostik aus medizinischer Sicht beinhalten sollte (vgl. im Folgenden Haberstroh & Schulte-Körne 2019, 107 ff.):

3.1.1 Klinische Untersuchung

Zur klinischen Diagnostik gehören eine körperliche Untersuchung (einschließlich einer neurologischen Untersuchung mit Überprüfung der Seh- und Hörfunktionen), sowie die Beurteilung der intellektuellen Funktionen durch einen standardisierten Intelligenztest. Differenzialdiagnostisch darf eine verminderte Leistung in Mathematik nicht auf eine Intelligenzminderung gemäß ICD-10 (das heißt IQ < 70), Hirnschädigungen oder -erkrankungen (zum Beispiel infantile Zerebralparese, Epilepsie) sowie auf eine bisher unentdeckte Seh- oder Hörstörung zurückzuführen sein. Auch weitere Risikofaktoren, die zu Schwächen im Bereich der Mathematik führen können (zum Beispiel Frühgeburt, geringes Geburtsgewicht), sollen differenzialdiagnostisch berücksichtigt werden.

3.1.2 Anamnese und Exploration

Zur Anamnese und Exploration gehört die systematische Erhebung des biografischen Entwicklungsverlaufs und der Familien- und Schulsituation. Ebenso müssen die Auswirkungen der Leistungsdefizite auf die psychische und soziale Entwicklung, die schulische Integration, sowie die gesellschaftliche Teilhabe (psychosoziale Integration) erfasst werden.

Differenzialdiagnostisch sollen andere Ursachen für die Rechenstörung ausgeschlossen werden, zum Beispiel eine unangemessene Beschulung (beispielsweise durch häufigen Wechsel der Lehrpersonen oder Stundenausfall), nicht ausreichende Lern- und Unterstützungsmöglichkeiten (beispielsweise durch familiäre Konflikte, Lernstörungen in der Familie oder Armut der Familie), lange Schulabstinenz oder die Auswirkungen anderer Störungen, wie zum Beispiel Angststörungen (Angst vor der Schule). Hinsichtlich der Diagnosesicherheit sind Kriterien anzuwenden, die den Verdacht auf eine Rechenstörung unterstützen. Dazu zählen zum Beispiel eine familiäre Häufung einer Rechenstörung oder vorschulische Schwierigkeiten bei der Entwicklung des Zahlen- und Mengenverständnisses. Zu berücksichtigen sind bei der Diagnostik komorbide psychische Störungen, psychosoziale Belastungen (zum Beispiel nicht gelingende schulische Integration) oder der niedrige sozioökonomische Status der Familie, die den Verlauf und die Förderwirksamkeit beeinflussen können.

3.1.3 Testdiagnostik

Kernstück einer Diagnostik ist laut der S-3-Leitlinie der Rechentest. Dieser sollte möglichst umfassend die individuelle Gesamtsymptomatik der Rechenstörung erheben - das heißt, das Zahlen- und Mengenverständnis, die Zählfertigkeit, das arithmetische Faktenwissen sowie das Wissen um arithmetische Regeln und die Anwendung arithmetischer Operationen. Die Leitlinie zur Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung bzw. Dyskalkulie gibt Empfehlungen für die geeigneten Verfahren bei der Diagnostik der Rechenstörung. Sämtliche Tests wurden hierzu nach ihrer methodischen Qualität bewertet und in entsprechender Rangfolge in einer Liste aufgeführt. Diese Bewertung richtet sich danach, wie gut die Tests im Durchschnitt die gängigen Gütekriterien erfüllen.

3.1.4 Diagnosestellung

Unter Berücksichtigung dieser drei Informationsquellen (Test, klinische Untersuchung, Anamnese und Exploration) erfolgt die Diagnosestellung. Beim verwendeten Test soll mindestens eine unterdurchschnittliche Leistung (≤ Prozentrang [PR] 16) im Bereich der Mathematik, insbesondere in den Grundrechenarten und Basiskompetenzen, vorliegen.

3.2 Normstichprobenorientierte Testverfahren

Ein standardisiertes, normorientiertes Testverfahren zur Diagnostik einer Rechenschwäche oder einer Rechenstörung hat zum Ziel, die Rechenleistung eines Kindes möglichst objektiv durch den Vergleich mit einer Normgruppe zu erfassen. Nach der Auswertung erhält man einen Prozentrang und/oder T-Wert. Die Anforderungen an solch ein standardisiertes, normstichprobenorientiertes Verfahren orientieren sich in der Regel an den Haupt-Testgütekriterien Objektivität (Unabhängigkeit der Testresultate von der Testsituation und der Testleitung), Reliabilität (formale Zuverlässigkeit bzw. Messgenauigkeit) und Validität (inhaltliche Gültigkeit). Auch Nebengütekriterien wie die Normierung des Verfahrens an einer ausreichend großen Stichprobe dienen als Qualitätsstandards eines standardisierten Diagnoseverfahrens.

Im Kontext der lerntherapeutischen Förderung ist die Diagnosestellung einer Rechenstörung nach ICD-10 mittels eines standardisierten Diagnoseverfahrens Voraussetzung für die Kostenübernahme einer Lerntherapie. Um die Rechenleis-

tung eines Kindes einschätzen zu können, sind Vergleichswerte einer Normstichprobe notwendig. Hierfür muss, wie bereits dargestellt, zudem eine Diskrepanz zwischen rechnerischen und intellektuellen Fähigkeiten festgestellt werden. Bei normstichprobenorientierten Verfahren erfolgt meist keine qualitative Analyse der Rechenwege oder zugrunde liegenden Erkenntnissen in die Zahlen- und Mengenerfassung.

3.2.1 Problematik der Diagnostik mittels normstichprobenorientierter Verfahren

Auf den ersten Blick haben normstichprobenorientierte Diagnoseverfahren den Vorteil, dass sie häufig in 30-60 Minuten als Gruppentest durchgeführt werden können. So scheint diese Art der Diagnostik zeiteffektiver als ein informelles Verfahren und – vor allem im Schulalltag – einfacher einsetzbar (vgl. Kaufmann & Wessolowski 2019, 17).

Die in der Auswertung der Tests enthaltenen Prozentränge oder T-Werte machen einen Vergleich der Leistungen des Einzelnen mit der Gruppe Gleichaltriger aus der Normierungsstichprobe möglich. Zudem scheinen normstichprobenorientierte Verfahren die Leistung objektiv zu beurteilen – orientieren sie sich schließlich an den allgemeinen Gütekriterien und somit auch an dem der Objektivität.

Von welchen Annahmen bezüglich der Indikatoren für Rechenschwäche geht jedoch das jeweilige Verfahren aus? Werden zum Beispiel visuell-räumliche Fähigkeiten erfasst und wenn ja, in welcher Form? Steht das Abfragen (auswendig) gelernter Algorithmen in Form von einer Überprüfung der Zählfertigkeit, des arithmetischen Faktenwissens sowie des Wissens um arithmetische Regeln und die Anwendung arithmetischer Operationen im Mittelpunkt? Und wenn ja, wie viel sagt diese Fähigkeit über die Einsichten in mathematische Zusammenhänge aus? Kann eine Rechenschwäche durch die Überprüfung dieses Faktenwissens wirklich sicher festgestellt oder ausgeschlossen werden? Eventuell sollen durch ein bestimmtes Verfahren auch gezielt das Zahlen- und Mengenverständnis und das Verständnis für mathematische Zusammenhänge erfasst werden. Ist dies der Fall, stellt sich die Frage, wie man den Untersuchungsgegenstand „*Verständnis für das Rechnen oder für mathematische Zusammenhänge*“ - eine subjektive Messgröße – objektiv naturwissenschaftlich messend beurteilen will.

Bei standardisierten Verfahren entscheiden statistische Kriterien, ab wann eine Abweichung vom Mittelwert als signifikant gilt (vgl. Thiel 2001,13). Nicht möglich ist es außerdem, aus den Vergleichswerten, die standardisierte Tests liefern, konkrete Fördermaßnahmen abzuleiten, da Tests dieser Art produktorientiert sind (vgl. Kaufmann & Wessolowski 2019, 17). Bei der Auswertung werden lediglich die Ergebnisse in den Blick genommen. Die Denkwege der Kinder – die zu falschen oder auch richtigen Ergebnissen führen – werden nicht beachtet, obwohl richtige Ergebnisse nicht immer für Verständnis und sinnvolle Lösungswege stehen und falschen Lösungen häufig ein richtiger Kern zugrunde liegt. Kaufmann und Wessolowski merken hierzu an, dass das Ziel einer Diagnose und die Voraussetzung für eine individuelle Förderung jedoch sein sollte, genau diese Denkwege zu erkennen.

Auch die Auswertung eines standardisierten Tests auf Subtest-Ebene, die zumindest auf eine etwas konkretere Stärken-Schwächen-Analyse hoffen lässt, bringe aufgrund der geringen Subtest-Reliabilität nur vage Hinweise auf Förderschwerpunkte (vgl. ebd., 17).

Lorenz merkt an, dass sich Anforderungen an die mathematische Kompetenz von Kindern in den letzten Jahren grundlegend verändert hätten. Bei standardisierten Verfahren müsse überprüft werden, ob auch Kinder erfasst werden, die zwar nach alten Standards formal „rechnen“ konnten, also schriftliche Rechenverfahren beherrschten, aber über wenig, bis keinen Zahlensinn verfügen und demnach in Anwendungssituationen scheitern (vgl. Lorenz 2013, 166).

Kaufmann und Wessolowski (2019, 18) ergänzen:

> *„Des Weiteren sollte bedacht werden, dass ein standardisierter Test immer auch Kinder fälschlicherweise – z.B. aufgrund der Tagesverfassung – als rechenschwach einstuft, die es gar nicht sind. Umgekehrt lassen sich mit einem solchen Test auch nicht alle rechenschwachen Kinder erkennen, da vor allem in den ersten Schuljahren mit Kompensationsstrategien, wie dem zählenden Rechnen und dem stellenweisen Vorgehen, durchaus richtige Ergebnisse und dadurch gute Testergebnisse erreicht werden können, ohne dass die Inhalte tatsächlich verstanden wurden.“*

Bei der Verwendung standardisierter Verfahren ist es meist gar nicht Ziel und Zweck bestimmte Lernphänomene zu verstehen, vielmehr geht es hierbei oft um Fragen der Ressourcenzuweisung. Wenn es zum Beispiel um eine Begründung

für sonderpädagogischen Förderbedarf, einen Nachteilsausgleich oder die finanzielle Unterstützung einer Förderung geht, wird oft eine fachärztliche Bescheinigung notwendig.

Es bleibt festzuhalten, dass normstichprobenorientierte Diagnoseverfahren:

- *im Wesentlichen nur Aufgabenergebnisse prüfen,*
- *erreichte Punktewerte in Abgleich mit Normwerten beurteilen,*
- *in der Regel keine Auskunft über die Denkweisen des Kindes, dessen Grundvorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen und dessen Lösungsstrategien geben und somit die Quantität der Fehler über die Qualität stellen,*
- *keine ausreichende Basis für individuelle Förderung liefern,*
- *unter Umständen unterschiedliche Aufgabenstellungen und Anforderungen (z.B. zeichnerische und symbolische Darstellungen) zusammenfassen.*

(vgl. Zimmermann 2014, 51)

Will man auf die weitere Entwicklung eines Kindes Einfluss nehmen, muss man den bislang erreichten Entwicklungsstand des mathematischen Verständnisses und Könnens als Ausgangspunkt gut kennen und etwas über die kognitiven mathematischen Entwicklungsprozesse wissen. Daraus folgt in diagnostischer Hinsicht, dass der erreichte Entwicklungsstand des mathematischen Verständnisses und Könnens erfasst und in einen Prozess der Entwicklung eingeordnet werden muss (vgl. Gerster & Schultz 2004, 235ff.).

3.3 Qualitative Testverfahren

Bei einer qualitativen Diagnostik geht es weniger darum, welchen Gesamtwert ein Kind im Vergleich zur Alternsgruppe erreicht, sondern darum, ob bestimmte grundlegende Fähigkeiten bereits entwickelt wurden oder nicht.

Besonders im Rahmen einer Förderdiagnostik kommt es nicht auf einen messbaren Wert an, der einen Vergleich mit der Normgruppe gibt, sondern darum Fehler- bzw. Problemschwerpunkte zu erkennen.

Die Zielsetzung einer qualitativen Diagnostik ist somit meist eine grundsätzlich andere als die einer normstichprobenorientierten (vgl. Schardt 2009, 149ff.). Qualitative Verfahren sollen aufzeigen, in welcher Phase des Erwerbs mathema-

tischer Kompetenzen sich ein Kind befindet bzw. in welchem Bereich erste Lücken auftreten. Sie müssen somit einem hierarchischen System folgen.
Darüber hinaus sollte ein förderdiagnostisches Verfahren Stärken und Schwächen aufzeigen und Anhaltspunkte zum konkreten individuellen Förderbedarf liefern (vgl. Schardt 2009, 178).

3.3.1 Lösungsprozessanalytische Diagnostik

Bei einer lösungsprozessanalytischen Diagnostik geht es in besonderem Maße darum zu erkennen, welche Lernschritte das jeweilige Kind bereits vollzogen hat und welche noch nicht, um daraufhin individuelle Fördermaßnahmen planen zu können. Es geht nicht um die Ermittlung einer „Punktezahl“ oder eines „Rangplatzes“, sondern um die inhaltliche Aufschlüsselung der kindlichen Denkweisen und Strategien.
Aus der Perspektive der Personen, die Lernprozesse begleiten, kommt hierbei der Versprachlichung von Rechenwegen eine wichtige Aufgabe zu. Die Versprachlichung von Rechenwegen ermöglicht einen Einblick in Vorgehensweisen des Kindes und kann eventuell auch Aufschlüsse über beim Kind vorhandene Denkmuster geben. So können Kinder zwar bei ihrem Vorgehen beobachtet oder ihre Fehler analysiert werden, ihre Kompetenzen und Entwicklungsprozesse sind jedoch meist nicht direkt sicht- oder beobachtbar. Das Erfassen von Lernprozessen setzt also oft in irgendeiner Form (unter Umständen unterstützt durch Materialhandlungen) die Artikulation von Denkprozessen und Vorgehensweisen voraus (vgl. Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner 2018, 22). Selter merkt hierzu an, dass die Wiedergabe auf sprachlicher Ebene eines Rechenweges nur dann möglich sei, wenn der Lernende zuvor über seine eigene Vorgehensweise nachgedacht und sich diese bewusst gemacht habe. Diesen Prozess der Bewusstmachung des eigenen Denkens bezeichnet Selter als wichtigen Schritt im Erkenntnisprozess (vgl. Selter 1995, 115 ff.).
Bei einer lösungsprozessanalytischen Diagnostik muss das Kind demnach an entsprechend ausgewählten Aufgabenstellungen zum „lauten Denken“ angeregt werden und die Gesprächsleitung muss dem individuell höchst unterschiedlichen kindlichen Denken und Vorstellen durch Nachfragen, Anbieten von Wahlmöglichkeiten oder Vorzeigen von Lösungsvarianten auf die Spur kommen. Diesem Vorgehen liegt die Vorstellung zugrunde, dass Mathematik-Lernen ein interaktiver

Prozess ist, bei dem es subjektive, individuell unterschiedliche Lern- und Entwicklungswege gibt. Das Problemlöseverhalten ist hier Ausgangspunkt einer Förderung, die sich am (kognitiven) Entwicklungsstand des Kindes und nicht an normorientierten Vorgaben orientiert.
Wie bereits erwähnt, ist auch eine quantitative Fehleranalyse in diesem Zusammenhang wenig hilfreich, weil sie keine Auskunft über das „Warum“ der ungeeigneten oder fehlerhaften Lösungsstrategien, also über die dahinterliegenden Denkprozesse des Kindes, gibt. Gerster und Schultz betonen in diesem Zusammenhang, dass das Vorgehen des Kindes bei der Bearbeitung einer mathematischen Aufgabe gemessen an seinem aktuellen Verständnis stets „vernünftig“, das heißt ableitbar und erklärbar ist. In der Diagnostik bei Lernschwierigkeiten in Mathematik gehe es darum, die Mathematik des Kindes so zu konstruieren, dass sein Vorgehen begründet werden kann (vgl. Gerster & Schultz 2004, 237).

Diagnoseverfahren, die zumindest teilweise lösungsprozessanalytisch vorgehen sind beispielsweise:

- Die „*Förderdiagnostik Mathematik“* von Katrin Hasenbein aus dem Jahr 2004: Dieses Verfahren möchte Fertigkeiten und Denkstrategien des Kindes im Bereich Mathematik diagnostizieren. Methodisch handelt es sich um Einzeltests, bei denen das Kind laut vordenken soll, sodass erkannt wird, welchen (fehlerhaften) Rechenweg es gewählt hat. Inhalt des Diagnostikums sind Schülerarbeitsbögen für jedes Schuljahr, dazu passende Durchführungsleitfäden sowie die jeweiligen Auswertungsleitfäden mit Hinweisen auf mögliche spezifische Rechenschwächen (Hasenbein, 2004)
- Das „*Diagnostische Interview KIWIS“* von Michael Katzenbach und Nikola Leufer aus dem Jahr 2016:
  Das diagnostische Interview stammt im Original aus dem Neuseeländischen "*Numeracy Project*" und soll zur Diagnose der arithmetischen Kompetenzen dienen. Lehrkräfte sollen hierbei vor allem erfahren, wie Schülerinnen und Schüler Aufgaben lösen. Dem „*Diagnostischen Interview KIWIS*“ liegt ein Lernentwicklungsmodell zugrunde, bei dem für verschiedene Inhaltsbereiche Lernentwicklungsstufen beschrieben werden (vgl. Hoffkamp & Löhr, 2017).
- Die „*Lernstandsdiagnose“* von Kaufmann und Wessolowski:

Die qualitative Analyse der Lernschwierigkeiten durch Fehleranalyse, lautes Denken und diagnostisches Gespräch bilden die Grundlage dieses Verfahrens (vgl. Kaufmann & Wessolowski 2019, 21).

- Der *„Jenaer Rechentest“:*
  Dieses Verfahren beschäftigt sich besonders detailliert mit Lösungsprozessen und wird in meiner Feldstudie genutzt. Inhaltlich werde ich daher im vierten Kapitel noch ausführlich auf den *„Jenaer Rechentest“* eingehen.

3.3.2 Problematik der Diagnostik mittels qualitativer Verfahren

Eine Schwierigkeit dabei die mathematische Denkentwicklung von Kindern zu erfassen, liegt darin, dass es eine qualitativ-interpretierende Arbeit bedeutet. Aus der bloßen quantitativen Betrachtung, indem man zum Beispiel die Anzahl richtig gelöster Aufgaben zählt, die Schnelligkeit der Lösung misst oder andere rein beobachtbare Merkmale des kindlichen Vorgehens betrachtet, ergibt sich keine Antwort auf die Frage, warum ein Kind zum Beispiel an bestimmten Verfahren festhält. Eine tiefergehende Interpretation der konzeptuellen Grundlagen der kindlichen Leistung ist unabdingbar (vgl. Gerster & Schultz 2004, 43).

Dies ruft bei Kritikerinnen und Kritikern das Argument hervor, lösungsprozessanalytische Diagnoseverfahren seien überaus subjektiv. Diese Kritik ist nicht vollkommen von der Hand zu weisen, denn, wie oben aufgezeigt, ist das Verständnis für das Rechnen oder für mathematische Zusammenhänge eine subjektive Messgröße, die sich nicht vollkommen objektiv messend beurteilen lässt. Außerdem birgt die Methode des Interviews sicherlich die Gefahr, dass sich durch gezielte Fragetechniken der diagnostizierenden Person Erklärungen des Kindes beeinflussen lassen. Die Anforderungen an die Testleitung und ihre fachlichen, didaktischen und methodischen Kompetenzen sind ohne Zweifel weitaus höher als bei einem normstichprobenorientierten Verfahren, welches grundsätzlich von jeder Person, die sich in das entsprechende Manual eingelesen hat, durchführbar ist.

Auch bei qualitativen Verfahren ist nicht automatisch, die dem Verfahren zugrunde liegende Theorie des Rechenerwerbs klar und nicht jedes Verfahren, das eine qualitative Diagnostik beinhaltet, setzt seinen Schwerpunkt auf die Lösungsprozessanalyse: So werden auch in einigen Diagnoseverfahren, die qualitative Auswertungen vornehmen, Lösungsprozesse nicht systematisch erfasst. Als

Beispiele können hier der „*Basis-Math4*“ – ein normstichprobenorientiertes Verfahren, das durch eine qualitative Analyse ergänzt wird -, die „*Bamberger Dyskalkuliediagnostik (Badys)*“ – ein normiertes förderdiagnostisches Verfahren - und das „*Elementar-mathematische Basisinterview (EMBI*)“ – ein nicht normorientiertes Interview-Verfahren, das versucht Ausprägungsgrade mathematischen Wissens festzustellen – genannt werden. Ebenso wenig werden oft Kompensationsstrategien genauer untersucht. Demnach bleibt auch in diesen Verfahren unklar, bis zu welchem Punkt das Kind die aufeinander bezogenen zahlenmathematischen Inhalte sicher verstanden hat (vgl. Kwapis u.a. 2018, 8).

Ein Aspekt, der vermutlich oft Einfluss auf die lösungsprozessanalytische Diagnostik nimmt, besonders, wenn hierbei in erster Linie die Methode des „lauten Denkens“ genutzt wird, ist die Fähigkeit des Kindes zum sprachlichen Ausdruck. Lorenz merkt hierzu an, dass Unterricht und die darin statthabende Wissensvermittlung in weiten Zügen über Sprache geschehe und, dass die Sprachkompetenz im Mathematikunterricht sogar in höherem Maße gefordert sei, als im muttersprachlichen Unterricht (vgl. Lorenz 2010, 40). Lägen Beeinträchtigungen im Bereich der Sprachkompetenz vor, dann komme es zu Störungen im arithmetischen Lernprozess, da zum Beispiel Lagebeziehungen des Veranschaulichungsmaterials und räumliche und zeitliche Beziehungen der Handlungsobjekte nur unzureichend dargestellt und in innere Vorstellungen überführt werden könnten (vgl. ebd., 40f.). Im Kontext einer qualitativen Diagnostik stellt sich hier unter Umständen die Frage, ob ein Kind aufgrund mangelnder Sprachkompetenzen seine Lösungsprozesse nur unzureichend beschreiben kann.

Es bleibt festzuhalten, dass qualitative, insbesondere lösungsprozessanalytische Verfahren:

- *auf der Analyse von Lösungsprozessen beruhen,*
- *Fehler als Missverständnisse interpretieren,*
- *Ergebnisse in Abgleich mit der Sachlogik beurteilen,*
- *Kompetenzen des Kindes, zum Beispiel bezüglich der Grundvorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen und dessen Lösungsstrategien feststellen,*
- *eine Basis für die individuelle Förderung liefern,*
- *bestimmte Anforderungen an die Testleitung stellen.*

3.4 Qualitätsmerkmale einer Diagnostik aus eigener Sicht

Wie bereits zu Beginn dieses Kapitels dargestellt, liegt jeder Rechenschwäche-Diagnostik ein Modell von mathematischer Kompetenz sowie eine bestimmte Zielsetzung zugrunde. Hinsichtlich meiner Zielsetzung, Kindern mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik adäquat helfen zu können, ergibt sich für mich als sinnvolles grundlegendes Modell von mathematischer Kompetenz (vgl. Gerster & Schultz 2004, 223) das Modell, welches über die Entwicklung der mathematischen Kognitionen charakterisiert wird. Entsprechend erscheint mir ein Diagnoseverfahren, das sich an den Meilensteinen des Rechenerwerbs (vgl. Kapitel 1.4) orientiert, als nützlich.

Diagnoseverfahren, die hingegen Modelle zugrunde legen, die mathematische Kompetenz anhand von in Lehrplänen festgelegten Mindestanforderungen bestimmter Klassenstufen definieren oder sie in erster Linie als neuropsychologische Teilleistungen auffassen, halte ich für meine Arbeit als weniger geeignet.

Gemäß der S3-Leitlinie gehört auch für mich zu einer umfassenden Diagnostik sowohl eine klinische Untersuchung als auch eine ausführliche Anamnese und Exploration. Zentrales Ziel hierbei ist es meiner Ansicht nach mögliche individuelle „Hindernisse“, die einem Kind beim erfolgreichen mathematischen Lernen im Weg stehen, zu identifizieren, um dieses Wissen bei den folgenden Hilfsangeboten konstruktiv nutzen zu können. Wird zum Beispiel bei einem Kind eine verminderte Seh- oder Hörfunktion oder eine verminderte Funktion von Arbeitsgedächtnis oder Aufmerksamkeit festgestellt, kann eine begleitende oder vorausgehende Behandlung durch andere Expertinnen und Experten wichtig sein. Ebenso kann dieses Wissen unter Umständen die Ausgestaltung der mathematischen Hilfen beeinflussen. Auch Informationen über die individuelle familiäre, soziale und schulische Situation eines Kindes können zur konstruktiven Gestaltung der Hilfsmaßnahmen genutzt werden.

Im Zentrum dieser Arbeit stehen jedoch weder die klinische Untersuchung, noch die Anamnese und Exploration, sondern das Kernelement der mathematischen Diagnostik – der Rechentest. Abgesehen von den oben formulierten möglichen individuellen „Hindernissen“ beim Rechenerwerb liefert mir hierbei das Wissen über individuelle Ursachen der Rechenschwäche des Kindes für die konstruktive Arbeit mit dem Kind wenig Zugewinn. Viel wichtiger ist es hierfür, die Denkprozesse des Kindes zu verstehen.

Bezugnehmend auf die Beschreibung, was ich selbst unter der Rechenschwäche verstehe, (vgl. Kapitel 2.6) sollte mir ein geeigneter Rechentest demnach genaue Informationen darüber liefern:

- *Welche Vorstellungen, auch welche fehlerhaften Vorstellungen, ein Kind bisher bezüglich der mathematischen Grundlagen (vgl. hierzu die von mir in Kapitel 1.4 beschriebenen Meilensteine des Rechenerwerbs) aufgebaut hat,*
- *ob strategisch sinnvolle Werkzeuge zur Bearbeitung mathematischer Aufgaben genutzt werden können,*
- *welche Ersatzstrategien das Kind unter Umständen stattdessen nutzt,*
- *ob arithmetisches Wissen sinnvoll zur Anwendung in Sachkontexten genutzt werden kann.*

4. Feldstudie

4.1 Methodisches Vorgehen

In der Feldstudie werden bei drei Grundschulkindern zwei verschiedene normstichprobenorientierte und ein lösungsprozessorientiertes Diagnoseverfahren durchgeführt. Hierbei steht im Zentrum der Untersuchung, welche Informationen das jeweilige Testverfahren über den mathematischen Kompetenzstand, Stärken, Schwächen und individuellem Förderbedarf der Kinder liefert. Ebenso soll der Frage nachgegangen werden, ob die drei Verfahren bei den Kindern zur selben Einschätzung bezüglich dem Vorliegen einer Rechenschwäche gelangen.
Wie bereits beschrieben, handelt es sich bei der Durchführung eines Rechentests nur um ein Teilelement der mathematischen Diagnostik, wenngleich auch um ihr zentrales Kernstück. Eine Diagnose auf der Basis einer vollständigen medizinischen Differenzialdiagnostik darf in Deutschland ausschließlich von entsprechendem Fachpersonal gestellt werden. Dementsprechend liegt es als Grundschullehrerin und Lerntherapeutin nicht in meinem Kompetenzbereich, eine klinische Untersuchung durchzuführen.
Um die Ergebnisse der Rechentests im Zusammenhang besser interpretieren zu können, wird jedoch zusätzlich bei jedem Kind vorab eine Anamnese erhoben, welche die persönliche Situation des Kindes, sowie die Familien- und Schulsituation näher beleuchtet. Auch werden mögliche Auswirkungen der Leistungsdefizite auf die psychische und soziale Entwicklung des Kindes analysiert. Die Anamnese wird durch Fragebögen und Gespräche mit Eltern und Lehrerinnen, sowie durch ein Interview mit dem einzelnen Kind erhoben (siehe Anhang).

Bei der Auswahl der Rechentests habe ich mich für Verfahren entschieden, die alle den Anspruch erheben zur Diagnostik von Rechenschwäche genutzt werden zu können. Im Kontext der lerntherapeutischen Arbeit sollte ein Rechentest einen möglichst klassenunabhängigen allgemeinen Leistungsstand vermitteln. Auch eine Verlaufsdiagnostik sollte mit diesem Test möglich sein. Bezüglich des zugrundeliegenden mathematischen Modells habe ich mich daher gegen Diagnoseverfahren entschieden, die mathematische Kompetenz vor allem anhand von festgelegten Mindestanforderungen bestimmter Klassenstufen definieren. Eher curricular ausgerichtete Schulleistungstests, wie zum Beispiel die Testreihe *Deutscher Mathematiktest* (DEMAT 1+, 2+, 3+, 4) schienen daher als weniger

geeignet. Bei der Auswahl der beiden normstichprobenorientierten Verfahren war es mir wichtig, Verfahren zu nutzen, die die allgemeinen Test-Gütekriterien erfüllen und in der Diagnostik von Rechenschwäche gerne genutzt werden.
Beim „*Heidelberger Rechentest*“ handelt es sich um ein solches renommiertes Verfahren, das seit vielen Jahren in Schule und Therapie zum Einsatz kommt und zum Beispiel auch zur Validierung neuerer Verfahren herangezogen wird. Bei dem Rechentest „*CODY-M 2-4*“ handelt es sich um ein deutlich neueres Verfahren, welches in der „*S-3-Leitlinie*“ an allererster Stelle empfohlen wird.

Die an der Untersuchung beteiligten Kinder besuchen unterschiedliche Klassen derselben Grundschule. Bei allen drei Kindern treten laut ihren Mathematiklehrerinnen, zumindest zeitweise, Schwierigkeiten im Mathematikunterricht auf. Keines der Kinder hat jedoch bislang eine Diagnostik – weder im mathematischen noch in einem sonstigen schulischen oder psychologischen Bereich - durchlaufen. Die Untersuchungen finden mit schriftlicher Erlaubnis der Eltern statt.
Um ein erstes Vertrauensverhältnis zu schaffen, wird beim ersten Einzeltreffen mit jedem der drei Kinder zunächst ein Interview sowie ein Bewegungsspiel durchgeführt. Im Anschluss erfolgt das tabletgestütze normstichprobenorientierte Verfahren „*Cody-M*“. Das zweite Einzeltreffen widmet sich dem lösungsprozessanalytischen Verfahren „*JRT*“, welches zur genaueren Analyse auf Video festgehalten wird. Beim dritten Treffen folgt dann mit allen drei Kindern gemeinsam der „*Heidelberger Rechentest“.*

4.2 Verwendete Diagnoseverfahren

4.2.1 Heidelberger Rechentest

Beim „*Heidelberger Rechentest*“ („*HRT“*) aus dem Jahr 2005 handelt es sich um ein standardisiertes normstichprobenorientiertes Diagnoseverfahren, das darauf abzielt, mathematische Basiskompetenzen im gesamten Grundschulalter zu erfassen (vgl. Lambert 2015, 128). Diese mathematischen Basiskompetenzen werden aus biologischen und neuropsychologischen Befunden und Modellen (z.B. von Aster, Geary oder Dehaene) hergeleitet (vgl. Jacobs & Petermann 2012, 61). Der „*HRT*“ zählt zu den Schulleistungstests, ist jedoch weniger curricular ausgerichtet als andere Schulleistungstests. Vielmehr versucht er einen weiten Entwicklungsbereich abzudecken. Dieser Aspekt macht ihn für meine Untersuchung

mit Kindern unterschiedlicher Grundschulklassen interessant, denn der „*HRT*“ beinhaltet identische Aufgaben für alle Klassenstufen. Es liegen zudem Quartalsnormen vor und er ist daher zu jeder Zeit des Schuljahres durchführbar. Generell sind klassenübergreifende Leistungsvergleiche möglich. Somit können Lernverläufe aufgezeigt werden. Diese Aspekte lassen den „*HRT*“ allgemein im Kontext der Arbeit mit rechenschwachen Kindern als sinnvoll erscheinen. Aus diesen Gründen wird er seit vielen Jahren zur Diagnostik bei rechenschwachen Kindern genutzt.
Wichtig zu erwähnen ist, dass der „*HRT*“ eine explizite Speed-Komponente beinhaltet. Dahinter steckt die Idee, dass Kinder, die über effektive und sicher beherrschte Lösungsstrategien verfügen, für die Bearbeitung einer Aufgabe weniger Zeit benötigen (vgl. Lambert 2015, 128).

Test-Gütekriterien:
Die Messzuverlässigkeit des „*HRT*“ wird bei den Skalenwerten mit einer Retest-Reliabilität von r_{tt} = .87–.93 und im Bereich der Untertests mit r_{tt} = .69–.89 angegeben. Validiert wurde der „*HRT*“ sowohl mit dem Verfahren DEMAT 4 (r = .72) , sowie mit Schulnoten im Fach Mathematik (r = -.67).
Die Eichstichprobe des „*HRT*“ umfasst 3075 Grundschulkinder aus vier Bundesländern sowie zusätzlich Kinder aus Sprachheilschulen und Förderschulen. Für die Normenberechnungen wurde der Anteil der Kinder mit speziellem Förderbedarf entsprechend der Verteilung im Primarbereich in Deutschland gewichtet.
Der „*HRT*“ gilt somit als hinreichend reliabel und valide (vgl. Lorenz 2015, 71 und Haffner u.a.2005).

Analyse der Testelemente:
- Der „*HRT*“ erfasst **Kopfrechenleistungen** in allen vier Grundoperationen, hierbei auch Ergänzungs- und Größer-Kleiner-Aufgaben. Die Kopfrechenleistungen werden in Form einer Überprüfung des Faktenwissens auf rein symbolischer Ebene abgefragt.
- Grundlegende **numerische Kenntnisse** werden ebenfalls erfasst. Hierbei wird der neurowissenschaftliche Bezug des „*HRT*“ deutlich. Konkret wird beim Untertest „Mengenzählen“ überprüft wie schnell ein Kind Mengen bestimmen kann – ob die Mengen hierbei teilweise simultan oder quasi-simultan erfasst oder schnell abgezählt werden, erkennt man am Gesamtergebnis nicht. Beim

Untertest „Zahlenverbinden“ sollen Zahlen von 1-20 in der korrekten Reihenfolge verbunden werden.

- Ergänzend werden **visuell-räumliche Fähigkeiten** durch die beiden Untertests „Längenschätzen“ und „Dreidimensionale Würfelgebäude“ und *kognitive Fähigkeiten* durch einen Untertest, bei dem Zahlenfolgen fortgesetzt werden sollen, abgetestet.
- Auch die **Schreibgeschwindigkeit** eines Kindes, die das Testergebnis beeinflussen kann, wird im „*HRT*“ überprüft.

Für die insgesamt elf Untertests wird zum einen eine Skala „Gesamtleistung“ angegeben. Zum anderen werden die Untertests aber auch getrennt voneinander den beiden Skalen „Rechenoperationen“ (RO) und „numerisch-logische/räumlich-visuelle Fertigkeiten“ (RV) zugeordnet (vgl. Schardt 2009, 160).

<u>Eigene Anmerkungen zum „*HRT*“:</u>

- *Ergebnisorientierung*
  Bewertet wird bei allen Untertests des „*HRT*“ allein das Ergebnis. Mit dieser reinen Outputorientierung werden Rechen- oder Denkwege des Kindes an keiner Stelle ersichtlich.
- *Neurowissenschaftliche Basis*
  Legt man das Tripple-Code Modell zugrunde, muss angemerkt werden, dass der „*HRT“* nur das Modul der visuell-arabischen Notation überprüft. Geht man, wie von Aster in seinem Vier-Stufen-Modell, davon aus, dass die Entwicklung der zahlenverarbeitenden Hirnfunktionen hierarchisch gegliedert ist, impliziert die Beherrschung dieser dritten Stufe allerdings, dass die zweite Stufe - die sinnhafte Symbolisierung der Mengenunterscheidung durch sprachliche Zahlwörter - ebenfalls beherrscht wird. Die vierte Stufe der mentalen Zahlraumvorstellung wird im „*HRT*“ nicht erfasst.
- *Überschneidung zu Inhalten der Intelligenzdiagnostik*
  Das Aufgabenformat „Zahlenfolgen“ zum logischen Denken findet sich in der Regel auch in Intelligenztests wieder. Wird der „*HRT*“ demnach als Rechentest im Rahmen der Diagnostik einer Rechenstörung nach ICD-10 genutzt, kann diese Überschneidung zur Verfälschung der Diskrepanz von Intelligenz und Rechenleistung führen.

- *Vermischung verschiedener Kompetenzbereiche*
  In die Skala, die im Ergebnisprotokoll mit „räumlich-visuelle Fertigkeiten“ betitelt wird, werden die Untertests zu grundlegenden numerischen Kenntnissen und zum logischen Denken mit hinein berechnet. Diese Zusammenwertung der verschiedenen Kompetenzbereiche wird durch den Titel nicht ersichtlich.
- *Fehlende Anwendung in Sachkontexten*
  Die Anwendung mathematischer Kenntnisse in Sachkontexten wird im „*HRT*“ nicht überprüft.

4.2.2 Cody-Mathetest für Grundschulkinder 2.-4. Klasse

Beim „*Cody-Mathetest 2-4“* („*Cody-M*“) handelt es sich um ein deutlich neueres, computerbasiertes und normstichprobenorientiertes Diagnoseverfahren, das seit 2018 in Anwendung ist.

Der „*Cody-M*“ soll basale und komplexere mathematische Vorläuferfertigkeiten, arithmetische Kompetenzen sowie das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis im Grundschulalter erfassen und orientiert sich ebenfalls nicht an klassenstufenspezifischen curricularen Lehrplänen (vgl. Kuhn u.a. 2019, 8). Dieser Test geht von der Annahme aus, dass die Zahlverarbeitung und das Rechnen auf elementaren mathematischen Vorläuferfähigkeiten beruht. Hierbei beruft sich das Autorenteam (vgl. Kuhn u.a. 2019, 5) auf Entwicklungsmodelle des Zahlenverständnisses von Fritz & Ricken, Krajewski und von Aster (vgl. hierzu Kapitel 1.3 und 2.2.1).

Beim „*Cody-M*“ liegt, laut Manual, der konstruktions- und normierungsbezogene Schwerpunkt auf der zuverlässigen Erkennung von Kindern mit einer Rechenschwäche. Sein Aufgabenmaterial ist weitgehend sprachfrei, die Instruktionen werden auditiv dargeboten. Somit soll das Verfahren sich auch für Kinder mit Leseschwierigkeiten oder Deutsch als Zweitsprache gut eignen.

Zudem gibt das Manual an, es könnten aufgrund des individuellen Testprofils direkt geeignete Fördermaßnahmen bestimmt werden. Auch Lernverläufe sollen durch Wiederholungstestungen gut abbildbar sein.

Der „*Cody-M*“ umfasst sowohl Aufgaben mit Speed-Komponente, bei denen die Lösungsgeschwindigkeit im Vordergrund steht, als auch Untertests mit großzügigen Zeitgrenzen. Neben all diesen Faktoren, die den „*Cody-M*“ für mein Vorha-

ben als geeignet erscheinen lassen, ist auch das computer- bzw. tabletgestütze Format interessant. Einerseits kann bei Kindern, die unter Umständen angstbesetzte Papier-Stift-Tests aus dem Schulalltag kennen, durch das Verfahren am Tablet eine höhere Motivation angenommen werden. Andererseits müsste ein Verfahren, dessen Durchführung und Ausführung komplett computergestützt abläuft, ein Höchstmaß an Objektivität erfüllen. Interessant ist die Frage, ob so ein, von der Testperson unabhängiges Verfahren, individuelle Kompetenzen eines Kindes erfassen kann und auch in der Lage ist qualitative Aussagen zu treffen.

Test-Gütekriterien

Die Messzuverlässigkeit des „*Cody-M*“ wird bei den Skalenwerten mit einer Retest-Reliabilität im Gesamttest von : r_{tt} = .88 (Basale Zahlenverarbeitung: r_{tt} = .72, komplexe Zahlenverarbeitung: r_{tt} = .76, Rechenfertigkeiten: r_{tt} = .85, visuell-räumliches Arbeitsgedächtnis: r_{tt} = .61) angegeben.

Validiert wurde der „*Cody-M*“ mit den Mathematiktests „*ZAREKI-R*“ (Korrelation r = .83) und dem „*HRT 1-4“* (Korrelation r = .73), der Mathematiknote (Korrelation r = -.55) und dem Lehrerinnen- und Lehrerurteil „rechenschwach ja/nein“ (Korrelation r = .52).

Zudem werden als diskriminante Validität die Korrelation mit dem IQ (r = .44) und der Lesegeschwindigkeit (r = .48) genannt.

Die Eichstichprobe für den „*Cody-M*“ umfasst 1064 Grundschulkinder aus vier Bundesländern sowie 111 bundesweit rekrutierte Grundschulkinder mit substanziellen Rechenschwierigkeiten. Somit gilt auch der „*Cody-M*“ als hinreichend reliabel und valide.

Analyse der Testelemente (vgl. im Folgenden Kuhn u.a. 2019, 9ff):

Zu Beginn erfolgt im „*Cody-M*“ ein Reaktionszeittest, der die allgemeine Bearbeitungsgeschwindigkeit des Kindes erfassen soll. Das Kind muss hierbei eine bestimmte Taste drücken, wenn auf dem Bildschirm ein weißes Quadrat links von einem Balken erscheint und eine andere Taste, wenn das Quadrat rechts vom Balken erscheint.

Die inhaltsbezogenen Aufgaben werden im „*Cody-M*“ vier Bereichen zugeordnet:

- **Basale Zahlenverarbeitung:**
  Zur Überprüfung der basalen Zahlenverarbeitung verwendet der „*Cody-M*“ die Untertests „Abzählen“ und „Mengenvergleiche symbolisch und gemischt“. Beim Untertest „Abzählen“ sollen so schnell wie möglich auf dem Bildschirm erscheinende Punktemengen gezählt werden und (bei der von mir verwendeten Tablet-Version) die richtige Antwortziffer von 1-9 angetippt werden.
  Beim symbolischen Mengenvergleich müssen die Kinder bei 24 Testitems jeweils möglichst schnell bestimmen, welche der beiden dargebotenen einstelligen Zahlen größer ist. Beim gemischten Mengenvergleich sollen bei weiteren 24 Items analog eine einstellige Zahl mit einer Punktemenge verglichen werden. Als theoretischer Hintergrund werden hier kognitiv neuropsychologische Ansätze (vgl. Kapitel 2.2.1) deutlich. Diese Ansätze verstehen unter basaler Zahlverarbeitung die Fähigkeit zur Unterscheidung konkreter (kardinaler) Mengen und die darauf aufbauende sinnhafte Symbolisierung dieser Mengenunterscheidung.
- **Komplexe Zahlenverarbeitung:**
  Die komplexe Zahlenverarbeitung überprüft der „*Cody-M*“ durch vier Untertests. Beim Untertest „Zahlendiktat“ hören die Kinder eine Zahl, die sie eingeben sollen. Hierbei besteht kein Zeitdruck und die Testitems orientieren sich am behandelten Zahlenraum der jeweiligen Klassenstufe.
  Beim Untertest „Zahlenstrahl“ soll eine vorgegebene Zahl auf einem Zahlenstrahl, der außer dem Anfangspunkt „0“ und dem Endpunkt „100“ keine Skalierung enthält, lokalisiert werden. Bei diesen ersten beiden Untertests zur komplexen Zahlenverarbeitung wird ebenfalls der Bezug zu von Asters „*Vier-Stufen-Modells“*, in welchem der Erwerb des Zahlwortsystems und des arabischen Notationssystem als Voraussetzung für die Entwicklung einer abstrakt-symbolischen, räumlichen (ordinalen) Zahlraumrepräsentation, die das mentale Operieren mit Zahlen erst möglich mache, angesehen wird, deutlich.
  Beim Untertest „Zahlensteine“ mit Speedkomponente ist eine Zielzahl vorgegeben. Die Kinder müssen entscheiden, ob eine zusammengesetzte Menge dieser Zielzahl entspricht oder nicht. Die zusammengesetzte Menge, die mit der Zielzahl verglichen wird, hat dabei die Form eines Dominosteins mit zwei oder drei Zellen, welche Zahlen oder Punktmengen enthalten können. Dieser

Untertest bezieht sich auf den „*The Number Sets Test*“ des kognitiven Entwicklungspsychologen Geary.[3] Die Autoren vermuten, dass die korrekte und schnelle Bearbeitung von solchen „number sets“ eine Reihe von basisnumerischen Prozessen wie Simultanerfassung, Abzählen sowie den Abruf einfacher mathematischer Fakten erfordert (vgl. Kuhn u.a. 2013, 232). Insgesamt werden hierbei bis zu 70 Testitems zur Zielzahl „5“ und bis zu 70 Testitems zur Zielzahl „9“ überprüft.

Beim vierten Untertest „Fehlende Zahl“ müssen Kinder die Beziehung der Zahlen innerhalb einer Zahlenreihe erkennen und fehlende Zahlen in der Reihe ergänzen. Diese Aufgabe überprüft die Fähigkeit, Zahlen als Relationalzahlen verstehen zu können, was laut den Modellen von Fritz & Ricken und Krajewski die höchste Stufe des Zahlverständnisses darstellt (vgl. Kapitel 1.3).

- **Rechenfertigkeiten:**

  Im Inhaltsbereich „Rechenfertigkeiten“ sollen sieben Additionsaufgaben, sieben Subtraktionsaufgaben, vier Multiplikationsaufgaben und vier Platzhalteraufgaben gelöst werden. Die Aufgaben orientieren sich am Zahlenraum der jeweiligen Klassenstufe. Kuhn u.a. gehen davon aus, dass erst ein relationaler Zahlbegriff das korrekte Lösen von Platzhalteraufgaben ermöglicht (vgl. Kuhn u.a. 2019. 6).

- **Visuell-räumliches Arbeitsgedächtnis:**

  Das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis wird im „*Cody-M*“ mit dem Untertest „Matrixspanne“ überprüft. Bei dieser Aufgabe sollen sich die Kinder zunächst ein Muster aus Punkten in einer Matrix einprägen. Anschließend werden die Punkte ausgeblendet und eine Reihe oder Spalte der Matrix gelb gefärbt. Im ersten Schritt müssen die Kinder bestimmen, ob zuvor in einem gelb gefärbten Feld ein Punkt war und im zweiten Schritt die eingeprägte Matrix reproduzieren. Als „richtig“ fließen in die Auswertung nur vollständig korrekt reproduzierte Muster ein.

[3] vgl. vertiefend Geary u.a. 2009

Eigene Anmerkungen zum „*Cody-M*“:

- *Speedkomponente*

  Auch der „*Cody-M*“ nutzt bei einigen Untertests die Speedkomponente und begründet dies damit, dass eine schnelle, sichere Bearbeitung einen hohen Grad an Automatisierung darstelle, während eine langsame fehleranfällige Bearbeitung auf umständliche unsichere Bearbeitungsstrategien hinweist (vgl. Kuhn u.a. 2019, 8). Hier stellt sich für mich die Frage, wie der Test schnelle unsichere und langsame sichere Bearbeitungsstrategien bewertet.

- *Konzentration auf die Zahlverarbeitung*

  Bei der genaueren Analyse der Inhaltsbereiche des „*Cody-M*“ fällt mir die starke Konzentration auf die Zahlverarbeitung auf. Im Manual zum „*Cody-M*“ wird betont, dass die zentrale Zielsetzung bei der Konstruktion des Verfahrens darin bestand, grundlegende Zahlenverarbeitungs- und Rechenoperationen zu erfassen, deren Beeinträchtigung die zuverlässige Erkennung von Rechenschwierigkeiten erlaubt (vgl. Kuhn u.a. 2019, 8). Das Autorenteam bezieht sich hierbei auf Literatur, bei der zwei basale kognitive Mechanismen als angeborene Kernsysteme der Quantitätsverarbeitung unterschieden werden und schreiben hierzu: „*Es wird angenommen, dass die Beeinträchtigung dieser Kernsysteme zur Ausbildung einer Rechenschwäche führen kann.“ (*Kuhn u.a. 2019, 5). Wie kann jedoch, aufgrund einer bloßen Annahme, der Anspruch erhoben werden Rechenschwierigkeiten zuverlässig erkennen zu können?

- *Mangelnde Überprüfung von arithmetischer Kompetenz*

  Im Verhältnis zu der hohen Anzahl an Testitems zur Zahlenverarbeitung wird die Rechenfertigkeit im „*Cody-M*“ durch die Abfrage weniger Addition-, Subtraktions-, Multiplikations- und Ergänzungsaufgaben ermittelt.

  Divisionsaufgaben kommen nicht vor. Laut des Manuals wird so die „*Arithmetische Kompetenz*“ (vgl. Kuhn u.a. 2019, 2) des Kindes erfasst.

  Meiner Auffassung nach handelt es sich bei arithmetischer Kompetenz allerdings um weit mehr, als um die Fähigkeit zur reinen Reproduktion weniger Aufgaben. Weder das Operations- noch das Stellenwertverständnis des Kindes wird überprüft. Auch das Kardinalzahl- und Teil-Ganze-Konzept wird höchstens innerhalb der Aufgaben zur Zahlverarbeitung indirekt erfasst, was jedoch bei der Auswertung keine gezielte Einschätzung dieses Kompetenzbe-

reiches ermöglicht. Das reine Reproduzieren von Aufgaben wird um Platzhalteraufgaben erweitert. Hierzu formulieren Kuhn u.a., dass erst ein relationaler Zahlbegriff das korrekte Lösen von Platzhalteraufgaben ermöglicht (vgl. Kuhn u.a. 2019, 6). Diese Annahme blendet allerdings die Kinder aus, die Platzhalteraufgaben, zumindest teilweise, durch das Auswendiglernen von festen Zahlendribbel lösen und dabei bei genauerer Überprüfung über kein relationales Zahlverständnis verfügen.

- *Keine Überprüfung des Stellenwertverständnis*
  Kuhn u.a. geben selbst an (vgl. Kuhn u.a. 2019, 7), dass zum exakten Verständnis großer Zahlen vor allem die Beherrschung des Stellenwertsystems erforderlich ist. Die einzige Begründung der Autoren, warum das Stellenwertverständnis des Kindes im „*Cody-M*“ dennoch nicht überprüft wird, findet sich in folgender Aussage: „*Insbesondere Rechenoperationen mit mehrstelligen Zahlen sind bei gering ausgeprägtem Verständnis des Stellenwertsystems eine kaum zu bewältigende Herausforderung*“ (Kuhn u.a. 2019, 7).
  Hierbei werden die Kinder ausgeblendet, die über ein kaum ausgebildetes Stellenwertverständnis verfügten, jedoch mit Hilfe von schriftlichen Rechenverfahren oder anderen eingeübten Ersatzstrategien Aufgaben mit mehrstelligen Zahlen zwar verständnislos, aber doch richtig lösen können.
- *Keine Überprüfung in Sachkontexten*
  Auch im „*Cody-M*“ wird die Fähigkeit des Kindes Mathematik in altersadäquaten Sachkontexten anzuwenden, nicht überprüft.
- *Förderprogramm „Meister Cody Talasia"*
  Wie bereits erwähnt, gibt das Autorenteam des „*Cody-M*“ an, dass aufgrund des individuellen Testprofils direkt geeignete Fördermaßnahmen bestimmt werden könnten. Wie kann jedoch eine Förderung, die sich aus den dargestellten Testitems, die zu einem großen Teil Basisfaktoren erfassen, ergibt, wohl aussehen? In der mathematikdidaktischen Literatur setzt sich immer mehr die Erkenntnis durch, dass das Training unspezifischer Basisfaktoren nicht wirksam ist – Mathematikförderung sollte inhaltsspezifisch sein (vgl. Born & Oehler 2020, 111). Auch Gerster und Schultz (vgl. Gerster & Schultz 2004, 221) halten in diesem Zusammenhang fest, dass Mathematik zu lernen aktive Arbeit des Kindes mit mathematischen Gegenständen und mathematischem

Nachdenken über sie bedeutet. Ob bestimmte neuropsychologische Beeinträchtigungen eines Kindes durch Übungsbehandlungen so gemildert werden können, dass sie die neuropsychologische Funktion grundsätzlich verbessern, müsse bezweifelt werden (vgl. ebd.).

Besonders skeptisch macht mich in diesem Zusammenhang die Tatsache, dass beim Diagnoseverfahren „*Cody-M*“ das entsprechende Förderprogramm *„Meister Cody Talasia"* gleich mit angeboten wird. Hierbei lockt das Programm durch eine spannende Geschichte, die während des kostenlosen Probemonats Kinder dazu motiviert, selbstständig am Computer zu trainieren. Die Geschichte endet allerdings, sobald nach diesem Probemonat ein Abonment für 4,99 Euro wöchentlich abgeschlossen wird. Zur Überprüfung der Wirksamkeit des Förderprogramms wurden vor und nach dem Training, der „*CODY-Mathetest*“, sowie der „*HRT 1-4*“ (hierbei jedoch nur die Subtests Addition und Subtraktion) durchgeführt. Dies legt den Verdacht nahe, dass das Programm von *„Meister Cody Talasia“* am Computer gezielt die Testbereiche des „*Cody-M*“ sowie die Automatisierung von Additions- und Subtraktionsaufgaben trainiert. Das Förderprogramm „*Meister Cody Talasia*“ verspricht:

> *„In einer Studie mit rechenschwachen Kindern zeigten sich im Anschluss an das Training bei starker Rechenschwäche vor allem Verbesserungen beim mathematischen Faktenabruf, Kinder mit geringer ausgeprägter Rechenschwäche zeigten außerdem Zuwächse in lehrplannahen Rechenfertigkeiten sowie mathematischen Vorläuferfertigkeiten. Verglichen mit (Warte-)Kontrollgruppen zeigten alle rechenschwache Kinder, die mit Meister Cody Talasia trainierten, schon während des Trainings substanziell größere Lernzuwächse in einem Lernverlaufstest. Der Effekt im Lernverlaufstest war auch noch drei Monate nach Trainingsende statistisch bedeutsam.“* (https://www.meistercody.com/wissenschaft/talasia-dyskalkulie/) [letzter Aufruf: 06.06.2023]

Dies klingt sicher für manche verzweifelten Eltern sehr verlockend: Das Kind übt alleine am Computer, es muss keine teure Lerntherapie bezahlt werden und der Erfolg wurde in Studien nachgewiesen. Wohl bemerkt verspricht das Entwicklerteam eine Verbesserung im Bereich bestimmter Fertigkeiten, wie dem mathematischen Faktenabruf. Von Fähigkeiten und Erweiterung des Ver-

ständnisses, was meiner Auffassung nach grundlegend für mathematische Kompetenz ist, ist hierbei nicht die Rede.

4.2.3 Jenaer Rechentest

Beim „*Jenaer Rechentest*“ (*„JRT“*) handelt es sich um ein qualitatives, lösungsprozessanalytisches Diagnoseverfahren zur Erfassung des individuellen zahlenmathematischen Lernstandes. Zentraler Untersuchungsgegenstand ist das basale Rechnen, einschließlich der aus Sicht der Autoren wichtigen Voraussetzungen hierfür, der Zahlbegriffsentwicklung (vgl. Kwapis u.a. 2018, 5). Mit dem Test soll das subjektive Verständnis der arithmetischen Logik und ihrer Grundlagen detailliert erfasst werden.

Es handelt sich um ein Einzeltestverfahren in vier Stufen (der *„JRT 1-4“,* orientiert an den vier Grundschulklassen). Das Autorenteam, bestehend aus Dagmar Grütte, Jörg Kwapis, Wolfram Meyerhöfer und Olaf Steffen, entwickelte das Verfahren aus ihrer Arbeit in dyskalkulietherapeutischen Facheinrichtungen heraus.

Dem *„JRT“* liegt ein Verständnis von Rechnen als Anwendung kardinalen Zahlenwissens zugrunde. Der Begriff des Rechnens wird hier abgegrenzt von einem Bearbeiten von Aufgabenstellungen, das auf der bloßen Anwendung von Algorithmen (hier als „Ausrechnen“ bezeichnet) basiert.

Ein kardinales Zahlverständnis stellt demnach die Grundlage jeder Rechenkompetenz dar. Diesem Verständnis nach muss zur Untersuchung von Rechenfertigkeiten offengelegt werden, ob und inwieweit mathematische Strukturen verstanden sind (vgl. Kwapis u.a. 2018, 11).

Das Autorenteam geht davon aus, dass, wenn bei einem Kind Einsichten in die kardinale Zahlenlogik, in die daraus ableitenden abstrakt-quantitativen Beziehungen und in die Strukturen der dekadischen Zahlenordnung vorliegen, diese beim Lösen von Rechenaufgaben auch genutzt werden und argumentieren folgendermaßen (ebd., 5):

> *„Die kardinale Zahlenlogik und alle sich daraus ableitenden Strukturen eröffnen dem Wissenden Vorteile beim Lösen von Aufgaben […]. Werden diese das Rechnen erleichternde Zusammenhänge nicht genutzt, so ist davon auszugehen, dass sie nicht erkannt wurden […].“*

Gleichzeitig würden die an Stelle von Wissen und Logik eingesetzten Ersatzstrategien, auf die zahlenmathematischen Wissensdefizite und auf die subjektiv vorherrschende Auffassung zu Zahlen verweisen. Unter Ersatzstrategien wird beispielsweise das Zählen oder die Anwendung schriftlicher Algorithmen verstanden. Kwapis u.a. (ebd.) formulieren hierzu:

> *„Können z.B. Aufgaben nur zählend gelöst werden, weist dies […] auf das fehlende Verständnis von Zahlen als Zusammenhang anderer Zahlen [...], sowie auf die fehlende Schlussfolgerung hinsichtlich der Zerlegbarkeit dieser Zahlen in andere Zahlen hin. Damit sind Zahleigenschaften unverstanden, die aber für das Rechen unerlässlich sind. Ist z.B. die Zahl 9 nicht als Zusammenfassung von 4 und 5 verstanden, können Fragen wie 4+5 oder 9-4 nicht logisch schließend beantwortet werden […]. Wenn Aufgaben nur mit Hilfe schriftlicher Algorithmen gelöst werden – auch Aufgaben wie 21-19, bei denen sich dies bei der Einsicht in den kardinallogischen Zusammenhang der Zahlen verbietet -, dann verweist dies auf ein Verständnis von Zahlen als Ziffernfolgen, die es nach mechanisch eingeübten Regeln zu verarbeiten gilt.“*

Beim Rechnen wird dem Manual des *„JRT“* zufolge, zudem die Anwendung kardinallogischen Zahlwissens durch die Einsicht in die Logik der Rechenoperationen ergänzt (vgl. ebd., 16). Arithmetisches Lernen wird hier, entsprechend konstruktivistischer Ansätze, als aktiver Prozess der begrifflichen Aneignung gedacht (vgl. ebd., 8).

Meyerhöfer spricht in diesem Zusammenhang von sogenannten zentralen „stofflichen Hürden“ (vgl. Meyerhöfer 2011, ohne Seitenangabe) im mathematischen Lernprozess, deren Nichtverstehen weitreichende Folgen für die Beherrschung breiter Felder des mathematischen Schulstoffs und für die Orientierung im Quantitativen haben. Für die erste Klasse nimmt Meyerhöfer beispielsweise als stoffliche Hürden den kardinalen, ordinalen und relationalen Zahlbegriff mit Ablösung vom zählenden Rechnen sowie die Operationslogik von Addition und Subtraktion an.

Zusammenfassend geht das Autorenteam des *„JRT“* demnach von folgenden grundsätzlichen Annahmen aus:

- Die mathematischen Lerninhalte der Grundschule sind hierarchisch aufgebaut,
- Wissensdefizite führen zu wachsenden Wissens- und Verständnislücken,
- durch subjektive Erklärungen und Ersatzformen des Rechnens (Zählen, auswendig lernen, verständnisloses schematisches Rechnen) wird versucht, das fehlende Wissen zu kompensieren. Die Anzahl richtiger Lösungen lässt demnach keinerlei Rückschlüsse darüber zu, ob das Kind mit Hilfe von Wissen über die mathematische Sachlogik oder durch kompensatorische Ersatzstrategien zum Ergebnis gelangt ist.

Methodisches Vorgehen des *„JRT“*:

Die methodische Grundlage des *„JRT“* stellt die Analyse der Lösungsprozesse dar. Dies ergibt sich logisch aus der beschriebenen Annahme, dass das individuelle Vorgehen beim Lösen von Rechenaufgaben offenlegt, welche Zusammenhänge und Strukturen dem Kind bewusst und welche ihm nicht bewusst sind. Die genannte Bewusstheit erfordert nicht das Auswendiglernen von Regeln und Definitionen, vielmehr soll das Vorgehen mit eigenen Worten beschrieben werden können.

Der *„JRT“* nutzt daher die Methode des „lauten Denkens“ als Interviewtechnik. Hierbei gibt die Schülerin oder der Schüler Auskunft über seine Rechenwege, sodass sich subjektive (falsche oder umständliche) Lösungsstrategien ermitteln lassen. Aus diesen Lösungsstrategien, verglichen mit den mathematisch sachlogischen, werden Rückschlüsse auf das Verständnis mathematischer Inhalte und Operationen erzielt. Subjektive Fehlinterpretationen werden somit erkennbar und einer späteren Auseinandersetzung – zum Beispiel innerhalb einer Förderung - zugänglich (vgl. Kwapis u.a. 2018, 9).

Es werden beim *„JRT“* keine Punktwerte vergeben und die Testergebnisse keinem Auswertungsschema nach Anzahl der richtigen und falschen Lösungen unterzogen. Stattdessen werden hier die erfolgten Beobachtungen beim Lösen der Testaufgaben notiert und diese Beobachtungen hinsichtlich des darin ablesbaren mathematischen Verständnisgrades kategorisiert. Auf dieser ersten Ebene sollen sich demnach Aussagen über den inhaltlichen Umfang der Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten machen lassen. Dies wiederum erfordert von der diagnostizierenden Person bestimmte Kompetenzen.

Im Manual des *„JRT“* wird deutlich betont, dass die effektive Nutzung gewisse Anforderungen an die Testleitung stellt. Diese werden folgendermaßen benannt:

- Kenntnisse über die Gesetze der Arithmetik sowie den logisch-hierarchischen Aufbau der Elementarmathematik,
- Einsichten in Rechenkompensationsmethoden, die fehlendes rechnerisches Wissen kompensieren und
- praktische Erfahrungen im Umgang mit der Testmethodik des „lauten Denkens“.

Erfülle die Testleitung diese Anforderungen, zeige der Test ihr bis zu welchem Punkt bei dem Kind die aufeinander aufbauenden Inhalte der Zahlenmathematik sicher verstanden sind bzw. welche Inhalte nur in Teilen vorliegen oder gänzlich fehlen (vgl. Kwapis u.a. 2018, 6).

Auf einer zweiten Ebene werden die subjektiven Denkweisen der unverstandenen Mathematik untersucht: Wie ersetzt das Kind die fehlenden zahlenlogischen Einsichten? Welche Ersatztechniken nutzt es? Die Annahme ist, dass nur wenn beide Ebenen – die fehlenden zahlen- sowie rechenoperationslogischen Inhalte und die dieses Wissen ersetzenden Gedanken und Verfahren – verstanden werden, eine zielgerichtete Unterstützung von rechenschwachen Kindern und Jugendlichen erfolgen könne (vgl. Kwapis 2012, 36).

Hier zeigt sich die zentrale Ausrichtung des *„JRT“* auf das inhaltliche Verständnis der Rechenprobleme und damit auf die sich an die Diagnostik anschließenden geeigneten Fördermaßnahmen.

Im Jahr 2010 fand an der Universität Paderborn eine Untersuchung statt, in dem alle Kinder der ersten Klassen einer Grundschule mit dem „*Jenaer Rechentest“* auf ihr mathematisches Verständnis hin überprüft wurden. Die Daten der Schule wurden mit Ergebnissen des „*Heidelberger Rechentests“* und des ebenfalls standardisierten „*DEMAT-Tests*“ in Beziehung gesetzt, um die Aussagekraft bezüglich besonderer Schwierigkeiten im Rechnen vergleichen zu können.

Die Untersuchungen mit dem *„JRT“* ergaben einen massiven Förderbedarf bei etwas mehr als einem Viertel der Schüler/innen (16 von 57). Zwischen einem Drittel und der Hälfte der Schüler/innen wiesen in den einzelnen Inhaltselementen (Mengenverständnis, Zahlenverständnis, Nutzung der Zahlenordnung, Verständnis der Rechenoperationen, Sachaufgaben) keine Kompetenz

bzw. nur eine Teilkompetenz auf. Es handelte sich dabei nicht immer um dieselben Kinder und die eingeschränkte Kompetenz verteilte sich auf viele Schüler/innen. Dabei ist auffällig, dass der Großteil der Kinder auf der Zahlenebene mit korrekten Resultaten arbeitete, die Verbindung von Zahlen und Mengen aber brüchig war.

Der *„DEMAT 1+“* diagnostizierte hingegen für keine/n Schüler/in eine Rechenschwäche, ordnete lediglich fünf Kinder einem Grenzbereich zu. Der *„Heidelberger Rechentest*“ diagnostizierte für eine(n) Schüler/in eine Rechenschwäche und ordnete zwei Schüler/innen bzw. sechs Schüler/innen, je nachdem, welche Skala man benutzt, einem Grenzbereich zu.

Diese unterschiedlichen Ergebnisse führen die Fachkräfte darauf zurück, dass beide normstichprobenorientierte Verfahren die Lösungswege der Kinder nicht beachten, dass genau diese aber zentral seien für die Frage, ob diese die für den weiteren Lernprozess benötigten Kompetenzen erworben haben (vgl. Meyerhöfer 2011, ohne Seitenangabe).

Inhaltsbereiche des *„JRT“*:

- **Mengen**
  - Zuordnung Anzahl-Zahlname
  - Grobe und exakte Differenzbestimmung
- **Zahlen**
  - Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen
  - Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit
- **Zahlordnung**
  - Seriation der natürlichen Zahlen
  - Verständnis des dekadischen Bündelungssystems
  - Ableiten und Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen (noch nicht im *„JRT 1“*)
- **Arithmetik**
  - Operationslogiken der Addition und Subtraktion
  - Zusammenhang von Addition und Subtraktion
  - Funktionen und Beziehungen von Zahlen und Gleichungen

  Nicht in Klasse 1:
  - Operationslogiken der Multiplikation und Division

- Addition und Subtraktion - dekadisch strukturiertes Rechnen
- Multiplikation: Faktorenzerlegung, Bezüge zur Addition und Subtraktion
- Division: Bezüge zur Multiplikation, Addition und Subtraktion

- **Sachaufgaben**

Eigene Anmerkungen zum „*Jenaer Rechentest*“:

- *Zeitaufwand*

  Meinem ersten Eindruck nach erscheint mir der *„JRT“*, im Vergleich zu den beiden standardisierten Diagnoseverfahren, als deutlich aufwändiger, was die Durchführung und Einarbeitung betrifft. Hier übernimmt kein Computerprogramm, wie beim „*Cody-M*“, Durchführung und Auswertung.

- *Zielsetzung*

  Besonders gut gefällt mir beim „*JRT“* die klare Zielsetzung und Ausrichtung auf die sich anschließende individuelle Fördermaßnahmen, deckt sich diese Zielsetzung schließlich mit meiner als Lerntherapeutin.

- *Verständnis von „Rechnen“*

  vom Auch die inhaltlichen Bereiche decken sich weitgehend mit den von mir in Kapitel 1.4 beschriebenen „Meilensteinen“ des Rechnens. Ich teile mit dem Autorenteam das Verständnis von Rechnen als „*Fertigkeit des verständigen Umgangs mit Zahlen und Rechenzeichen, die es ermöglicht, die quantitativen Fragestellungen von Rechenaufgabe oder Sachsituationen begründet richtig zu beantworten*“ (Kwapis u.a. 2018, 11).

- *Hierarchischer Aufbau mathematischer Inhalte*

  Auch die Vorstellung, dass die mathematischen Grundschulinhalte grundsätzlich hierarchisch aufgebaut sind und demnach Wissens- und Verständnislücken das weitere mathematische Lernen stark beeinflussen, deckt sich mit meiner Erfahrung als Mathematiklehrerin der Grundschule. Oft habe ich erlebt, dass die von Kindern mit grundlegenden Verständnisschwierigkeiten genutzten rezeptartigen Ersatzstrategien (die ihnen meist von Erwachsenen im Versuch helfen zu wollen, gezeigt wurden) ein tieferes mathematisches Verständnis geradezu verhinderten. Trotzdem möchte ich hierzu anfügen, dass die Vorstellung von Mathematik als einer streng hierarchisch aufgebauten Wissenschaft, bei der es einzelne Lernschritte Schritt für Schritt abzuarbeiten gilt, auch Gefahren bergen kann. Unter Umständen kann diese Vorstellung näml-

ich eine grundsätzlich offene Perspektive auf einen Mathematikunterricht, in dem jedes Kind Mathematik selbst aktiv betreiben kann, verhindern (vgl. Lorenz 1997, 5f.).

- *Unterricht als Verursacher von Rechenschwäche*

  Nicht der selben Meinung bin ich mit den Verfasserinnen und Verfassern des *„JRT“*, was die Beschreibung der Ursachen einer Rechenschwäche betrifft. Zwar sehe auch ich eine Ursache für das Phänomen des Nicht-Rechnen-Könnens in Abstraktions- und Wissensdefiziten im Bereich der elementaren Zahlenmathematik begründet. Die Ansicht, dass diese Defizite sich alleinig aufgrund eines schulischen (Auslese-) Unterrichts entwickelt haben und damit grundsätzlich ein spezifisches Versagen bei der Lehrperson zu suchen ist (vgl. Kwapis u.a. 2018, 9), blendet meines Erachtens jedoch andere wichtige Bedingungsfaktoren, wie zum Beispiel die kognitive Entwicklung des Kindes, sowie die innerhalb eines spezifischen häuslichen und vorschulischen mehr oder weniger entwickelten Vorläuferfähigkeiten, aus.

  Nach heutigem wissenschaftlichen Erkenntnisstand, wird Rechnenlernen als Entwicklungsprozess verstanden, der lange vor Eintritt des Kindes in die Schule beginnt. Die für das mathematische Lernen relevanten Vorläuferfertigkeiten haben Kinder bis zum Zeitpunkt des Schuleintritts in unterschiedlichem Maße entwickelt, wobei beträchtliche individuelle Unterschiede zu beobachten sind (vgl. Barth 2010, 52). In einem ersten Schuljahr kann man durchaus einem Leistungsspektrum begegnen, das drei Lernentwicklungsjahre umfasst (Spiegel & Selter 2007, 86). Nach Geiling und Hartmann können Erfahrungsdifferenzen von Kindern am Schulanfang sogar bis zu vier Jahre betragen (vgl. Geiling & Hartmann 2001, 52).

  Vor diesem Hintergrund halte ich es für äußerst wichtig, dass Lehrpersonen über die Vielfalt der Lernausgangslagen der Kinder zu Schulbeginn Bescheid wissen. Denn dieser Umstand verlangt nach einer „*Pädagogik der Vielfalt*“[4], wofür in der Schule Rahmenbedingungen geschaffen werden müssen, die meines Erachtens aktuell nur unzureichend bestehen. Hierbei handelt es sich jedoch um eine grundsätzliche bildungspolitische Thematik, auf die hier nicht vertieft eingegangen werden kann. Ein Mathematikunterricht, der vor allem auf

[4] Ideen zur Umsetzung einer Pädagogik der Vielfalt finden sich z.B. in Speck-Hamdan 2001/2012.

die Produktion richtiger Resultate abzielt, ungeachtet des sich bei einigen Kindern anhäufenden fehlenden Verständnis, sollte in jedem Fall kritisch hinterfragt werden.

- *Sprachkomponente*
  Der *„JRT“* nutzt die Methode des *„lauten Denkens“* als Interviewtechnik. Dies erfordert von dem jeweiligen Kind gute Sprachkompetenzen. Wie bereits beschrieben, stellt die Sprachkompetenz eine wichtige kognitive Voraussetzung für mathematisches Lernen dar. Es stellt sich nun die Frage, ob bei der Testung mit dem *„JRT“* bei einem Kind mit eher geringen sprachlichen Kompetenzen die arithmetischen Fähigkeiten unter Umständen unterschätzt werden, da das Kind kaum in der Lage ist, seine Lösungsprozesse deutlich genug zu artikulieren. Allerdings ist das Nachfragen und Adaptieren von Aufgaben- und Fragestellungen, sowie die ergänzende Darstellung des eigenen Lösungsprozesses durch Materialhandlung beim *„JRT“* ausdrücklich erwünscht. Somit beruhen die Möglichkeiten des Kindes seinen Lösungsprozess verständlich darzustellen nicht allein auf seinen Fähigkeiten zum sprachlichen Ausdruck.

4.3 Darstellung der Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse der durchgeführten Rechentests bei den drei Kindern dargestellt. Hierbei wird das jeweilige Kind zunächst kurz vorgestellt und skizziert, welche mir wichtig erscheinenden Bedingungsfaktoren sich aus der Anamnese ergeben haben.

Anschließend werden die Ergebnisse der drei Kinder in den drei durchgeführten Verfahren getrennt voneinander präsentiert. Jeder Präsentation folgt eine kurze Interpretation der jeweiligen Ergebnisse bezüglich der Fragen, welches Stärken-Schwächen-Profil sich laut dem durchgeführten Verfahren ergibt, ob dem Verfahren nach eine Rechenschwäche vorliegt und welche Hinweise zum weiteren Förderbedarf das Verfahren liefert.

4.3.1 Julian

Allgemeine Angaben zum Kind:

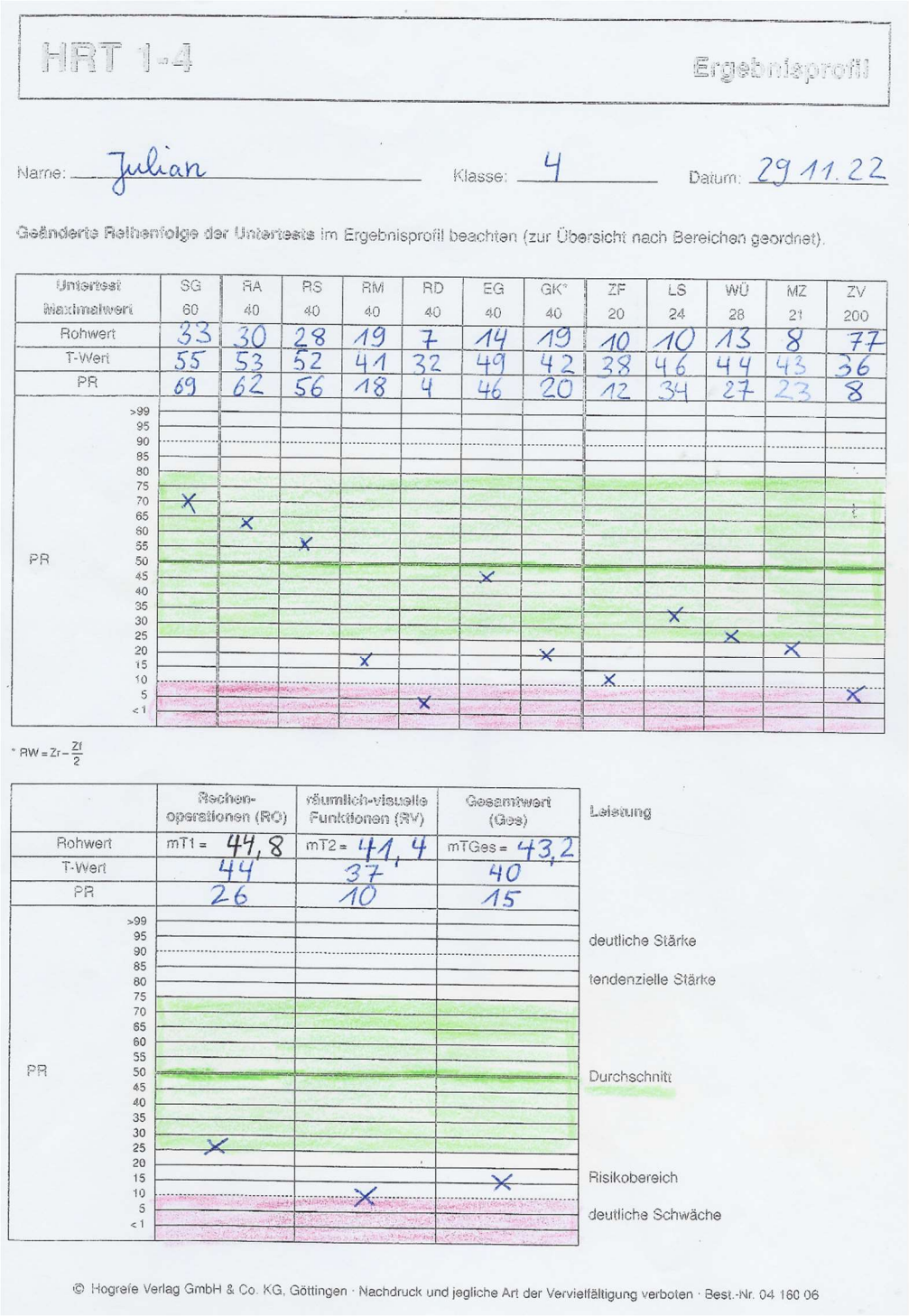
Julian ist zum Zeitpunkt der Diagnostik neun Jahre alt und besucht die vierte Klasse einer Regelgrundschule. Er ist ein freundlicher, ruhiger Junge, der gut mit anderen Kindern auskommt und in seiner Freizeit gerne Fußball spielt und sich in der Natur aufhält.

Sowohl von den Eltern als auch von der Klassenlehrerin wird beschrieben, dass sich bei Julian bereits zu Schulbeginn Schwierigkeiten in Mathematik abzeichneten. Laut den Eltern zeigten sich diese Schwierigkeiten in geäußertem Desinteresse, Widerwillen sowie Verständnisschwierigkeiten und Unsicherheiten bei den Hausaufgaben. Der Klassenlehrerin fielen besonders Julians Verständnisprobleme bei der Erfassung des jeweiligen Zahlenraumes auf.

Im Kontakt zu mir zeigte sich Julian zunächst zurückhaltend und schüchtern, wobei er an allen Terminen bereitwillig mitarbeitete und nach dem ersten Kennenlernen offen über seine Schwierigkeiten in Mathematik berichtete.

Sowohl Julian selbst als auch seine Eltern und Lehrerin geben an, dass zuhause sehr viel für Mathematik geübt wird, dass es dabei aber auch oft zu Konflikten komme. Julian betonte im Gespräch, dass er sich in Mathematik immer sehr anstrenge und es trotzdem zuhause zu Streit käme, wenn er „*es wieder mal nicht verstehe*“.

Julians Ergebnisse im HRT



HRT 1-4 — Ergebnisprofil

Name: Julian — Klasse: 4 — Datum: 29.11.22

Geänderte Reihenfolge der Untertests im Ergebnisprofil beachten (zur Übersicht nach Bereichen geordnet).

Untertest	SG	RA	RS	RM	RD	EG	GK*	ZF	LS	WÜ	MZ	ZV
Maximalwert	60	40	40	40	40	40	40	20	24	28	21	200
Rohwert	33	30	28	19	7	14	19	10	10	13	8	77
T-Wert	55	53	52	41	32	49	42	38	46	44	43	36
PR	69	62	56	18	4	46	20	12	34	27	23	8

PR: >99, 95, 90, 85, 80, 75, 70, 65, 60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, < 1

* $RW = Zr - \frac{Zf}{2}$

	Rechenoperationen (RO)	räumlich-visuelle Funktionen (RV)	Gesamtwert (Ges)
Rohwert	mT1 = 44,8	mT2 = 41,4	mTGes = 43,2
T-Wert	44	37	40
PR	26	10	15

PR: >99, 95, 90, 85, 80, 75, 70, 65, 60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, < 1

Leistung: deutliche Stärke; tendenzielle Stärke; Durchschnitt; Risikobereich; deutliche Schwäche

© Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG, Göttingen · Nachdruck und jegliche Art der Vervielfältigung verboten · Best.-Nr. 04 160 06

Abb. 8: Ergebnisprofil Julian – Heidelberger Rechentest

Im „*Heidelberger Rechentest*“ erreicht Julian einen Gesamt-T-Wert von „40“, was einem Prozentrang von „15“ und einem Ergebnis im Risikobereich entspricht. Auffällig ist hierbei, dass Julians Ergebnis bei den Teilbereichen „Rechenoperationen“ mit einem T-Wert von „44“ und einem Prozentrang von „26“ knapp im

durchschnittlichen Bereich liegt, während Julians Ergebnis in den Teilbereichen der räumlich-visuellen Funktionen mit einem T-Wert von „37“ und einem Prozentrang von „10“ an der Grenze zur deutlichen Schwäche liegt.
Individuelle Stärken sieht der „*HRT“* bei Julian in den Bereichen Addieren und Subtrahieren, wobei seine Ergebnisse leicht über dem Durchschnitt liegen (PR 62 bzw. PR 56).
Schwächen stellt der „*HRT“* bei Julian vor allem in den Untertests „Dividieren“ (PR 4) und „Zahlenverbinden“ (PR 8) fest, wobei auch die Prozentränge der Untertests „Multiplikation“, „Größenvergleich“, „Zahlenfolgen“ und „Figuren zählen“ im Risikobereich liegen.
Laut des „*Heidelberger Rechentests*“ liegt mit diesem Ergebnis bei Julian keine basale Rechenschwäche vor. Von einer solchen könne man erst bei einem Prozentrangwert von maximal „10“ für den Gesamtwert oder der Teilskala „Rechenoperationen“ ausgehen.[5] Zur eindeutigen Dyskalkuliediagnose nach IDC-10 müsste zudem gleichzeitig der IQ-Wert in einem mehrdimensionalen Intelligenztest mehr als „12 T-Wertpunkte“ über dem T-Wert der Rechenleistung im „*HRT“* liegen (vgl. Haffner u.a. 2005, 21).

[5] Hier nutzt der HRT das ICD-10 Cut-off Kriterium zur Diagnostik einer Rechenschwäche bei einem Prozentrang von ≤10. Orientiert an der S3-Leitlinie könnte auch PR 16 als weiches Kriterium für Rechenschwäche zugrunde gelegt werden, womit Julian hier gerade noch in den Bereich einer Rechenschwäche fiele.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des „*HRT*“ ergeben:

Anhand seines Gesamtergebnisses aus dem „*Heidelberger Rechentest*“ würde man davon ausgehen, dass Julians Schwierigkeiten vor allem im Bereich der räumlich-visuellen Funktionen liegen, seine Rechenfähigkeit jedoch weitestgehend altersgerecht entwickelt ist und somit keine Rechenschwäche vorliegt.

Da Julian jedoch in einzelnen Untertests, wie zum Beispiel dem „Dividieren“, schwache Ergebnisse oder Ergebnisse im Risikobereich erzielte und auch seine Gesamtergebnisse tendenziell im unterdurchschnittlichen Bereich liegen, wäre zu Julians Unterstützung eine zusätzliche Förderung zu empfehlen.

Auf der Basis der Ergebnisse aus dem „*HRT*“, könnte man für eine Förderung folgende Inhalte vorschlagen:

- Überprüfung, ob die Handlungslogik von Multiplikation und Division verstanden wurde,
- Automatisierung der Aufgaben des kleinen Einmaleins,
- Automatisierung der Aufgaben des kleinen Einsdurcheins,
- Übungen zum Größenvergleich,
- intensives Training der räumlich-visuellen Funktionen,
- Übungen zum logischen Denken (Zahlenfolgen).

Julians Ergebnisse im Cody-M:

Abb. 9: Ergebnisrückmeldung Julian – Cody-M Rechentest 2-4

Julians Gesamtergebnis im „Cody-M Rechentest 2-4“ deutet auf deutliche Schwierigkeiten in den überprüften Aufgabenbereichen hin (Prozentrang von „3“ und T-Wert von „32“). Besonders in den Teilleistungsbereichen der basalen Zahlverarbeitung sowie der komplexen Zahlverarbeitung zeigen sich diese deutlichen Schwierigkeiten. Im Bereich „Arbeitsgedächtnis“ werden leichte Schwierigkeiten festgestellt, während Julians Ergebnis im Bereich „Rechnen“ im Normalbereich liegt. Dieses Ergebnis ist insofern verwunderlich, da laut des Manuals des „*Cody-M*“ die Rechenfertigkeiten auf den Kompetenzen der basalen und komplexen Zahlenverarbeitung aufbauen. Wie kann es da sein, dass Julian im „*Cody-M-Test“* im Bereich Rechnen keine Schwierigkeiten zeigt, während deutliche Schwierigkeiten in den Kompetenzbereichen der Zahlverarbeitung sichtbar werden? Ein Gesamtprozentrang von „3“ deutet allerdings deutlich auf eine *basale Rechenschwäche* hin, wenn auch das Manual des Cody-M hierzu keine eindeutige Aussage macht.

Die detailliertere Analyse der Ergebnisse zeigt, dass Julian besonders große Schwierigkeiten in den Teilaufgaben „Mengenvergleich gemischt – Punktemengen und Zahlen“ (PR 0) und „Zahlenverstehen – Zahlendiktat“ (PR 2) zeigt. Der Größenvergleich von Zahlen und Mengen sowie das Transkodieren von auditiv

dargebotenen Zahlen gelingt Julian demnach kaum. Bezieht man diese Untererergebnisse auf von Asters Vier-Stufen-Modell, sollte man bei Julian das Vorliegen einer neurologischen Störung, die das Herstellen numerischer Sinnbezüge für Zahlensymbole beeinträchtigt, nicht ausschließen. Auch hierzu macht der „*CODY-M-Test*“ jedoch keine Angaben. Dem entgegen erreicht Julian in den Teilaufgaben „*Rechnen Vervollständigung*“ sehr gute Ergebnisse (PR 78). Anzumerken ist hierbei nochmals, dass im Teilbereich Rechnen eine eher geringe Anzahl an Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Platzhalteraufgaben gestellt werden. Divisionsaufgaben kommen nicht vor.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des „*Cody-M*“ ergeben:
Julians Ergebnisse im „*Cody-M*“ legen den Verdacht nahe, dass Julians solide Rechenleistung nicht auf Verständnis, sondern auf intensivem Training von Unverstandenem beruht. Man würde demnach von dem Vorliegen einer Rechenschwäche ausgehen, die unter Umständen auf neuropsychologische Beeinträchtigungen zurückgeführt werden kann. Versuche innerhalb einer mathematischen Förderung unspezifische Basisfaktoren zur Verbesserung möglicher neurologischen Beeinträchtigungen zu trainieren, haben sich als wenig erfolgsversprechend erwiesen (vgl. Born / Oehler 2020, 111).

Für eine inhaltsspezifische Förderung könnte man auf Basis der Ergebnisse aus dem „*CODY-M*“ folgende Inhalte vorschlagen:

- Übungen zur basalen Zahlenverarbeitung (hierbei vor allem zur Mengenerfassung),
- Übungen zur komplexen Zahlverarbeitung (hierbei zum Umgang mit mehrstelligen Zahlen), zur sicheren Zuordnung von Zahlwort und geschriebener Zahl und zu komplexen Vergleichsprozessen,
- Übungen zu einfachen Rechenprozessen (welche allerdings erst im Anschluss an die ersten beiden Übebereiche erfolgen sollten),
- eventuell begleitende Übungen zum visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnis, wobei sich auch hier die Frage stellt, wie sinnvoll und erfolgsversprechend eine gezielte Übung des Testformates „Matrixspanne“ für das weitere mathematische Lernen ist.

Julians Ergebnisse im Jenaer Rechentest

(siehe Julians vollständiges Ergebnisprotokoll in Anhang A)

Dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen			
keine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	leichte Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	mittlere Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	gravierende Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten

Zahlenmathematische Kompetenzen					
Sachgebiet	Thema	Testseiten	Kompetenzbewertung		
			Kompetenz	Teilkompetenz	Keine Kompetenz
1 Mengen	A Zuordnung Anzahl – Zahlname	2	X		
	B Grobe Differenzbestimmung	3	X		
	C Exakte Differenzbestimmung	3		X	
2 Zahlen	A Kardinaler Zahlbegriff, Wertebeziehungen	4 – 5		X	
	B Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit	6			X
3 Zahlordnungen	A Seriation der natürlichen Zahlen	7			X
	B Verständnis des dekadischen Bündelungssystems	8		X	
	C Ableiten mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	8			X
	D Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	9 – 10			X
4 Arithmetik	A Operationslogik der Addition	11	X		
	B Operationslogik der Subtraktion	11		X	
	C Zusammenhang von Addition und Subtraktion	12		X	
	D Addition und Subtraktion, dekad. strukturiertes Rechnen	13		X	
	E Operationslogik der Multiplikation	14		X	
	F Multiplikation, Faktorenzerlegung, Bezüge zur Addition und Subtraktion	15		X	
	G Operationslogik der Division	16		X	
	H Division, Bezug zur Multiplikation	17		X	
	I Funktionen/Beziehungen von Zahlen in Gleichungen	18 – 19		X	
5 Sachaufgaben		20 – 21			X

Abb. 10: Ergebnisprotokoll Julian – Jenaer Rechentest 3

JRT 3/2013 *JENAER RECHENTEST 3*

Ersetzen des Wissens um gesetzmäßige Zahlenzusammenhänge, die Logik der Rechenoperationen sowie der rechnerischen Konsequenzen durch			
Zählen	*Begriffsloses* Auswendiglernen von Zahlenkombinationen in Aufgabensätzen[3]	*Begriffslos-schematische*[4] Reproduktion von Algorithmen und Regeln ohne Berücksichtigung von Ableitungsstrategien	
		Mentale Verfahren	Schriftliche Verfahren
☐ **Klappen mit Fingermengen**[5] **Zählen an konkreten Objekten:** ☐ wie Finger ☐ wie Zahlenstrahl/Lineal ☐ wie Rechenrahmen ☐ wie Steckwürfel ☐ Sonstiges_____ **Mentales Zählen:** ☐ ohne Bilder ☐ mit Zahlenreihe/Zahlenstrahl ☐ mit Würfelbildern ☐ mit Fingerbildern ☐ Sonstiges_____ **Zählen mit Körperbewegungen:** ☐ wie Kopfnicken ☐ wie Fingerbewegungen ☐ Sonstiges_____	**Memoriereren:** ☒ spontan, richtige Ergebnisse[6] ☒ angestrengt ☐ fragend ☐ mit perseverierten Zählfehlern ☒ mit Brückenaufgaben ☐ mit mentalen Bildern ☐ Sonstiges_____	☐ **mit Notation der Aufgaben** **Anwendung ohne Fehler:** ☐ mechanisch schematisch ☐ mit unvorteilhaften Verfahren ☒ ziffriges Vorgehen ☐ Sonstiges_____ **Anwendung mit Fehlern:** ☒ Operationsverwechslung ☒ Einer-Zehner-Verwechslung ☒ Neglektfehler ☒ Minuend-Subtrahend-Tausch ☐ Sonstiges_____	**Anwendung ohne Fehler:** ☐ mechanisch schematisch ☐ Sonstiges_____ **Anwendung mit Fehlern:** ☐ Operationsverwechslung ☐ Übertragungsfehler ☐ Minuend-Subtrahend-Tausch ☐ Sonstiges_____

[3] Im Unterschied zu: Sinn erfassendem Erlernen von gesetzmäßigen Zahlenzusammenhängen in Aufgabensätzen.
[4] Mit *begriffslos-schematisch* ist gemeint: an Stelle der Einsicht in gesetzmäßige Zahlenzusammenhänge.
[5] Aus dem richtigen Zugriff auf Fingermengenstrukturen kann nicht automatisch auf die Einsicht in die gesetzmäßigen Zahlenzusammenhänge geschlossen werden.
[6] Ambivalentes Kriterium vgl. Fußnote 1, S. 4.

Abb. 11: Julians verwendete Ersatzstrategien – Jenaer Rechentest 3

Profil des mathematischen Lernstandes von Julian im „*JRT*“

Grobe und exakte Differenzbestimmung

Julian konnte verschieden mächtige Anzahlen grob richtig vergleichen.

Ihm wurde die folgende Anordnung von Steckwürfeln angeboten:

(als Julians Reihe bezeichnet)

(als Reihe der Testerin bezeichnet)

Wurden die Anzahlunterschiede erfragt: „*Wie viele Würfel sind bei dir mehr als bei mir?*“ und „*Wie viele Würfel sind bei mir weniger als bei dir?*“, konnte er den Anzahlunterschied direkt benennen.

Wurden in beiden Reihen gleich viele Elemente hinzugefügt oder weggenommen („*Ich lege an beiden Reihen gleich viele Würfel an*“), konnte Julian den Anzahlunterschied erst durch erneutes Ermitteln der Gesamtwürfelzahl beider Reihen benennen. **Dass der Anzahlunterschied beider Reihen, bei gleichsinnigem Verändern gleichbleibt, war für Julian nicht offensichtlich**.

Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen & Seriation der natürlichen Zahlen

Aufgaben zu Zahlzerlegungen im Bereich bis zehn löste Julian schnell und sicher. Es liegt in diesem Bereich bei ihm eindeutig ein automatisiert abrufbares Faktenwissen vor. Ob dieses Faktenwissen jedoch auf einem soliden kardinalen Zahlverständnis mit Einsicht in die Zahlbeziehungen beruht, war zunächst nicht ersichtlich.

Aufgaben zur Zahlzerlegung im 20er-Raum löste Julian schrittweise, wie exemplarisch an folgendem Lösungsprozess beschrieben [6]:

> *„Wir haben insgesamt „19“ Würfel, ich bekomme „12“, wie viele bekommst du?“*

Julians Rechenweg:

19 - 10 = 9

9 - 2 = 7

[6] Aufgabenstellungen werden im Folgenden durch grau hinterlegte Kästen kenntlich gemacht.

81 - 79

Julians Lösungsprozess:

Julian denkt zunächst längere Zeit konzentriert nach. Er wird gefragt, ob es ihm helfe die Aufgabe aufzuschreiben. Julian nickt.

Julian: *„Du machst die sieben,* 70-80 = 1 *also zehn. Dann hast du hier noch die acht von* 1-9 *und nimmst davon die zehn weg und dann bist du bei zwei.“*

800-798

Julians Lösungsprozess:

Julian denkt wieder längere Zeit nach, dann möchte er sich die Aufgabe ebenfalls aufschreiben. Hierbei ist er jedoch sehr unsicher, wie die Zahl „798“ verschriftlicht wird. Er fragt nach: *„800 – 79?“*

Noch einmal wird die richtige Aufgabe deutlich genannt.

Julian schreibt: 800 – 789

Auch nach nochmaligem Vorlesen der Aufgabe bemerkt Julian seinen Fehler nicht. Daher wird er auf diesen hingewiesen („*798, da kommt zuerst die neun und dann die acht*.“)

Nun rechnet Julian:

700 -	800	=	100
100 -	90	=	10
10 -	8	=	2

Julian beschreibt bei beiden Aufgaben ein rein algorithmisches Vorgehen, bei dem er sich einmal am schriftlichen „ziffernweisen Rechnen“ und einmal am „stellenweisen Rechnen“ in Schritten orientiert. Dabei vertauscht er mehrfach Minuend und Subtrahend. Er erfasst keine kardinalen Beziehungen zwischen den Zahlen. Der *„JRT“* geht davon aus, dass kardinale Denkerinnen und Denker die Differenz sofort benennen können. Sie wissen, dass „81“ zwei mehr als „79“ (bzw. 800 zwei mehr als 798) sind und somit ist.

Julian begreift mehrstellige Zahlen nicht in ihren abstrakten Mengenbedeutungen und in ihren Wertbeziehungen zu anderen Zahlen. Es liegt demnach

bei Julian keine Einsicht in die Logik der seriellen Zahlordnung und deren rechnerischen Konsequenzen vor.
Es ist davon auszugehen, dass Julians automatisiert abrufbares Faktenwissen zu der Zahlzerlegungen im kleinen Zahlenraum, sowie seine Anwendung von Algorithmen nicht auf Verständnis, sondern auf begriffslos auswendig gelernten Zahlen- und Aufgabensätzen beruht.

Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit

Als verbliebene Anzahl von hundert Bäumen, von denen der zweite und der dreißigste Baum gefällt werden, benannte Julian zunächst „29“ und korrigierte sein Ergebnis dann auf „68“.

Julians Lösungsprozess:

Julian: *„Der zweite wird abgesägt, dann sind es noch 98 und dann machst du noch 30 minus und dann hast du… 38, nein 68.“*

Julian begreift ordinale Zahlangaben nicht sicher hinsichtlich ihrer kardinalen Bedeutung.

Verständnis des dekadischen Stellenwertsystems

Nur mit der Vorstellungshilfe durch das vorliegende Mehrsystemmaterial konnte Julian die Fragen aus wie vielen Einern die Zahl 400 bestehe und wie viele Zehner in drei Hundertern steckten richtig beantworten. Die Frage wie viele Hunderter man aus 12 Zehnern bündeln könnte, beantwortet er mit 120.

Julians Verständnis in das dekadischen Stellenwertsystem ist noch nicht gesichert.

Ableitungen mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen gelangen ihm nicht wie an den folgenden Beispielen exemplarisch aufgezeigt werden soll:

Wie groß ist der Unterschied von 160 und 80?

Julians Lösungsprozess:

Julian: *„160 hat viel mehr Hunderter.“*

Testleiterin: *„Wie viele Hunderter hat den 160?“*

Julian: *„sechs“*

Testleiterin: *„Kannst du die Zahl 160 mal aufschreiben?“* Julian schreibt: 600

Testleiterin: *„Wie heißt die Zahl, die du geschrieben hast?“*

Julian: *„Sechshundert“*

Testleiterin: „Wie schreibt man 160?“ Julian hängt an die Zahl 600 noch zwei Nullen an, streicht dann aber eine davon wieder weg.

Testleiterin: *„Wie schreibt man denn 100?“* Julian schreibt: 100

Testleiterin: *„Jawohl. Jetzt überleg nochmal 160“*

Julian: *„Drei Nullen, also noch eine Null mehr.“* Julian hängt an die Zahl 100 noch eine 0 an

Testleiterin: *„Wie heißt die Zahl?“*

Julian: *„Tausend“*

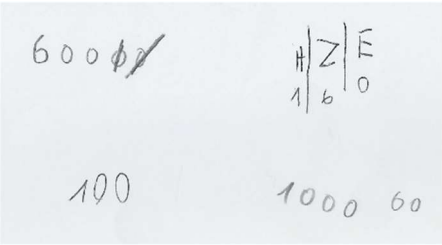


Abb. 12: Julians Schreibversuche der Zahl 160

Dieses Beispiel zeigt, dass Julian mit den meisten Zahlwörtern keine abstrakte Menge verbindet und er mehrstellige Zahlwörter nicht sicher verschriftlichen kann. Dies bestätigte die Annahme: **Julian sieht mehrstellige Zahlen nicht in ihrer abstrakten Mengenbedeutungen und in ihren Wertbeziehungen zu den anderen Zahlen.** Rechenaufgaben mit mehrstelligen Zahlen löst er vollkommen verständnislos ziffernweise, was ihn dann aber doch so oft zum richtigen Ergebnis führt, dass er laut „*HRT*“ und „*CODY M*“ als sicherer Rechner betrachtet werden könnte.

Nachdem Julian die Aufgabe 6 + 17 = 23 (bzw. 391-4) stellenweise richtig gelöst hat, berechnet er die Aufgabe 206 + 17 (bzw. 391-14) wieder neu aus.

Julian gelingt somit kein Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen. Auch kann er nicht dekadisch strukturiert rechnen wie folgendes Beispiel zeigt:

149 + 51=6

Julians Lösungsprozess:

1-9 und 4+5
149 + 51 = 198

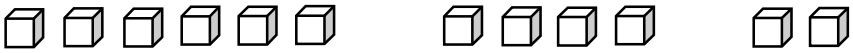
<u>Operationslogik der Addition, Subtraktion Multiplikation und Division</u>

Julian sollte in der Rolle des Lehrers die Handlungslogik der jeweiligen Rechenoperation erklären. Die Handlungslogik des Addierens konnte Julian hierbei richtig erläutern. Die Handlungslogik der Subtraktion und Multiplikation erklärte er folgendermaßen:

Stelle dir vor, ich wäre ein Erst- oder Zweitklässler und du solltest mir mit Hilfe der Steckwürfel erklären, was die Aufgabe bedeutet.

6 – 4 = 2

Julians Darstellung mit Steckwürfeln:



Julians Erklärung: *„Da gehört noch das Minuszeichen dazwischen. Also du nimmst von der sechs vier weg. Dann hast du noch zwei.“*

3 · 4 = 12

Julians Darstellung mit Steckwürfeln:

(1. Darstellung)

Julians Erklärung (1. Darstellung):

„Du nimmst die vier dreimal. Dazwischen ist dann das Malzeichen. Die drei rechts sagen dir, dass du die vier dreimal nehmen musst.“

Testleiterin: *„Aber ich habe hier die vier ja nur einmal?“*

Julian: *„Da stellst du dir jetzt vor du hättest sie dreimal.“*

Testleiterin: *„Das verstehe ich nicht. Kannst du mir das mit dem Material zeigen?“*

Julians 2. Darstellung:

Julians Erklärung (2. Darstellung): „*Man kann sie auch dreimal hinlegen, also vier, acht, zwölf, aber das kannst du dir auch im Kopf denken.“*

Testleiterin: „U*nd was haben diese drei Würfel (rechts) zu bedeuten?“*

Julian: *„Die müssen hier sein, weil die sagen dir, wie oft du die Vier malnehmen musst.“*

Julian konnte zwar die jeweilige Operationslogik in Ansätzen erklären, stellte jedoch nicht die eigentliche Handlung nach, sondern übersetzte symbolische Rechenaufgaben bzw. rezeptartig gelernte Rechenschritte.

Bei Julian dominiert die erlernte Symbolik der Rechenaufgaben über die Vorstellung der dahinterstehenden Handlungslogik. **Somit kann die Operationslogik von Subtraktion, Multiplikation und Division bei Julian als nicht sicher verstanden betrachtet werden.**

<u>Zusammenhang von Addition und Subtraktion</u>

14 + 19 = / 33 -19 =

Julians Lösungsprozess:

14+19 = 23…… 33

Testleiterin: *„Richtig!* | *14 + 19 = 33* | *Wie viel gibt dann* | *33-19* | *?“*

Julian: „*23*“

70 - 24 = / 46 + 24 =4

Julians Lösungsprozess:

Julian: *„70 minus vier ist drei….“*

Testleiterin: *„Warum minus 4?“*

Julian: „*Weil vorne ist die 4.“*

Die Aufgabe | 70 – 24 | wird aufgeschrieben.

Julian: *„Achso dann 20 minus 70, und dann hast du nen Zehner und* | *4-10 = 6* | *.“*

Testleiterin: *„* $\boxed{70 - 24 = 46}$ *Wie viel gibt dann* $\boxed{24 + 46}$ *?“*

Julian beginnt erneut von vorne zu rechnen…. *„Sieben… siebzig.“*

Den Zusammenhang von Addition und Subtraktion nutzt Julian nicht zum Rechnen.

Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen

Julian vertauscht in Rechnungen wiederholt Subtrahend und Minuend beliebig, überträgt sozusagen die Kommutativität der Addition fälschlicherweise auf die Subtraktion.

Dies zeigen seine folgenden Lösungen bei Platzhalteraufgaben:

$$\boxed{\boxed{8} - 27 = 196}$$

$$\boxed{29 = \boxed{42} - 71}$$

Nachdem Julian erklärt wird, dass das Gleichheitszeichen bedeutet, dass auf beiden Seiten gleich viel sein soll gelingt es ihm folgende Aufgaben richtig zu lösen:

$$\boxed{\begin{array}{l} 9 \cdot 9 = 100 - \boxed{19} \\ 37 + 15 = 7 \cdot \boxed{7} + 3 \end{array}}$$

Julian versteht die Beziehungen von Zahlen in Gleichungen ansatzweise. Die Bedeutung des Gleichheitszeichens beherrscht er nicht sicher.

Sachaufgaben

Im Bereich der Sachaufgaben hat Julian große Schwierigkeiten. Es gelingt ihm bei keiner Aufgabe selbstständig einen sachgerechten Lösungsansatz zu entwickeln. Eine Aufgabe zur Größe „Geld“ löst er richtig, nachdem ihm ein möglicher Lösungsansatz vorgeben wird:

Du tauschst 10 Euro in 20-Cent-Münzen. Wie viele Münzen erhälst du?

Vorgeschlagener Lösungsansatz:

„Du könntest überlegen, wie viele 20-Cent-Münzen du brauchst um einen Euro zu erhalten. Wie viel Cent passen denn in einen Euro?“

<u>Julians weiteres Vorgehen:</u>

„100 Cent. Dann sind das fünf 20er-Münzen…. Und wenn man dann 10 Euro hat sind das…. 50?“

Ein Zug soll um 13:47 Uhr ankommen. Er hat 59 Minuten Verspätung. Wann kommt der Zug an?

Julians Lösungsansatz:

Julian versucht die Aufgabe zunächst schriftlich zu berechnen, kommt hier jedoch nicht weiter.

Testleiterin: *„Stell dir mal vor es ist 13.47 Uhr. Wie viel Uhr ist es denn genau 1h später?“*

Julian: *„Ähhh… 23.47 Uhr.“*

Ein sicheres Operieren mit den aus dem Unterricht bekannten Maßeinheiten gelingt Julian nicht. Sein arithmetisches Wissen kann er nur in Ansätzen in klassenadäquaten Sachkontexten anwenden.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des *„JRT“* ergeben:

Die Lösungsprozessanalyse mit dem *„JRT“* zeigt, dass Julian große Verständnisschwierigkeiten in grundlegenden mathematischen Kompetenzbereichen hat und bei ihm demnach eindeutig eine Rechenschwäche vorliegt.

Seine massiven Verständnisschwierigkeiten kompensiert Julian beim Rechnen teilweise durch Ersatzstrategien. Hierbei verwendet er vor allem begriffslos auswendig gelernte Zahlenkombinationen in Aufgabensätzen und die schematische Reproduktion von Algorithmen und Regeln in Form von mentalen Verfahren, die er jedoch oft fehlerhaft anwendet.

Eine gezielte grundlagenaufbauende Förderung wäre anhand der Ergebnisse des *„JRT“* dringend anzuraten.

Eine solche Förderung sollte auf Grundlage der Ergebnisse der Lernstandsanalyse folgende Inhalte beinhalten:

- Vielfältige Übungen zum kardinalen Zahlverständnis im Zahlenraum 10/20, z.B. zur Mengenerfassung (simultan / quasi-simultan) und exakten Differenzbestimmung,
- Übungen zum Verständnis anderer Zahlaspekte (Zahlen z.B. auch als Ordinalzahlen),
- Übungen zum Verständnis der Seriation der natürlichen Zahlen,
- Übungen zum Verständnis des dekadischen Bündelungssystems, auch zum Transfer/Ableiten von Stellenwertbeziehungen,
- Erarbeitung der Handlungslogik von Subtraktion, Multiplikation und Division,
- erst auf der Basis erarbeiteter Handlungslogik Übungen zum symbolischen Rechnen in den vier Rechenarten,
- Festigung der Bedeutung des Gleichheitszeichens, Übungen zu funktionalen Beziehungen in Gleichungen,
- Übungen zum Nutzen sinnvoller Rechenstrategien,
- von Förderbeginn an, vielfältige Anwendungssituationen in Sachkontexten (inklusive intermodalem Transfer).

4.3.2 Nora

Allgemeine Angaben zum Kind

Nora ist zum Zeitpunkt der Diagnostik neun Jahre alt und besucht die vierte Klasse einer Regelgrundschule. Sie ist ein selbstbewusstes und fröhliches Mädchen, das die Freizeit gerne mit ihren Tieren im Freien verbringt. Nora geht sehr gerne zur Schule und hat viele Freunde.

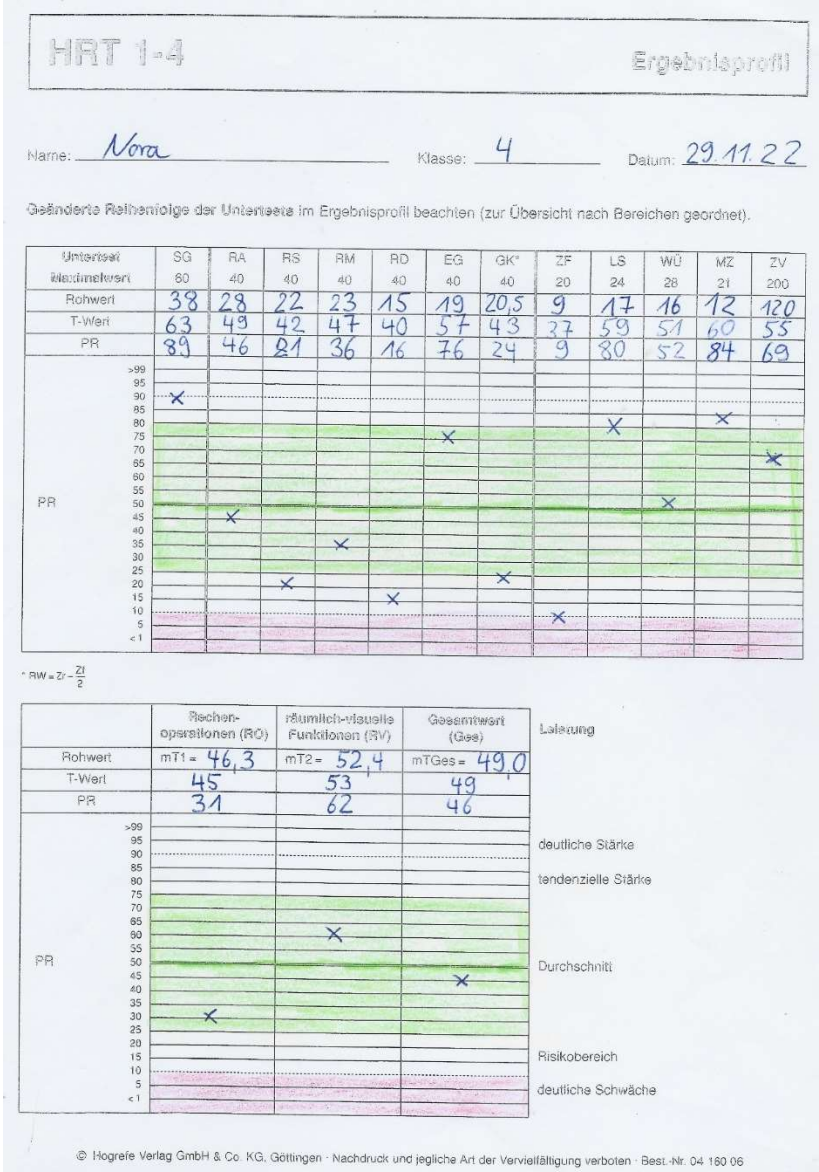
In den ersten beiden Schuljahren fielen sowohl den Eltern als auch den Lehrerinnen bei Nora keine größeren Schwierigkeiten in Mathematik auf. Ab dem Ende der zweiten Klasse erzielte sie in Tests und Klassenarbeiten jedoch immer wieder unerwartet schwache Ergebnisse. Aus dieser Zeit berichtet die Klassenlehrerin, dass Nora zum Beispiel auf einmal nicht mehr wusste „wie Minus funktioniert“.

Der Mutter sei bei ihren Unterstützungs- und Erklärungsversuchen aufgefallen, dass Nora wenig Zahlverständnis habe. Dies habe sie schon von Noras älterem Bruder gekannt, bei dem neben „ADHS“ eine schwere Dyskalkulie diagnostiziert worden sei. Die Mutter habe Nora daraufhin schriftliche Rechenverfahren und bestimmte Rechenrezepte gezeigt und sei erleichtert gewesen, dass Nora, im Gegensatz zu ihrem Bruder, diese Rezepte nutzen konnte und sie Nora dabei halfen im Mathematikunterricht wieder besser zurecht zu kommen.

Sowohl Noras Mutter als auch Noras Mathematiklehrerin führen Noras teilweise schwachen Ergebnisse in Klassenarbeiten auch auf Unkonzentriertheit zurück - Nora sei bei den Arbeiten einfach manchmal mit dem Kopf wo anders und brächte daher Inhalte durcheinander, die sie eigentlich könne. Auch Nora selbst gibt an, dass sie manchmal in Klassenarbeiten einfach vergesse, was sie vorher gewusst habe. Angst vor Tests habe sie aber keine. Streit oder Konflikte gäbe es zuhause wegen der Mathematikhausaufgaben selten.

Mir begegnete Nora von Anfang an sehr aufgeschlossen. Sie arbeitete bei allen drei Treffen motiviert und engagiert mit.

Noras Ergebnisse im HRT



HRT 1-4 Ergebnisprofil

Name: Nora Klasse: 4 Datum: 29.11.22

Geänderte Reihenfolge der Untertests im Ergebnisprofil beachten (zur Übersicht nach Bereichen geordnet).

Untertest	SG	RA	RS	RM	RD	EG	GK*	ZF	LS	WÜ	MZ	ZV
Maximalwert	60	40	40	40	40	40	40	20	24	28	21	200
Rohwert	38	28	22	23	15	19	20,5	9	17	16	12	120
T-Wert	63	49	42	47	40	57	43	37	59	51	60	55
PR	89	46	21	36	16	76	24	9	80	52	84	69

PR: >99, 95, 90, 85, 80, 75, 70, 65, 60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, < 1

* RW = ZF − ZI/2

	Rechenoperationen (RO)	räumlich-visuelle Funktionen (RV)	Gesamtwert (Ges)
Rohwert	mT1 = 46,3	mT2 = 52,4	mTGes = 49,0
T-Wert	45	53	49
PR	31	62	46

PR: >99, 95, 90, 85, 80, 75, 70, 65, 60, 55, 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, < 1

Lateralung: deutliche Stärke; tendenzielle Stärke; Durchschnitt; Risikobereich; deutliche Schwäche

© Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG, Göttingen · Nachdruck und jegliche Art der Vervielfältigung verboten · Best.-Nr. 04 160 06

Abb. 13: Ergebnisprofil Nora – Heidelberger Rechentest

Im „*Heidelberger Rechentest*“ erreicht Nora einen Gesamt-T-Wert von „49“, was einem Prozentrang von „46“ und somit einem Ergebnis im durchschnittlichen Bereich entspricht.

Bei den Teilbereichen „Rechenoperationen“ schneidet Nora mit einem T-Wert von „45“ und einem Prozentrang von „31“ (PR 31) etwas schwächer ab, liegt aber auch hier im Durchschnitt.

Werte im guten durchschnittlichen Bereich erzielt Nora bei den räumlich-visuellen Funktionen mit einem T-Wert von „52“ und einem Prozentrang von „62“.

Den Ergebnissen des „*Heidelberger Rechentests*“ zufolge liegt demnach auch bei Nora keine basale Rechenschwäche vor.

Die detaillierte Analyse verweist im Untertests „Zahlenfolgen“ (PR 9) auf eine deutliche Schwäche in diesem Bereich. Bei den Rechenoperationen der Subtraktion (PR 21) und der Division (PR 16), sowie auch im Untertest zum Größenvergleich (PR 24) liegen ihre Werte im Risikobereich.
Im sehr guten durchschnittlichen bzw. sogar im Bereich einer tendenziellen Stärke liegen Noras Ergebnisse hingegen in den Untertests zum Längenschätzen (PR 80) und zum Mengenzählen (PR 84).

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des „*HRT*“ ergeben:
Anhand der alleinigen Ergebnisse aus dem „Heidelberger Rechentest“ würde man davon ausgehen, dass auch Noras Rechenfähigkeit altersgerecht entwickelt ist. Ihr schwaches Abschneiden im Bereich der Zahlfolgen könnte als Schwäche im logischen Denken interpretiert werden. Dies würde jedoch nicht zur Empfehlung einer gezielten Dyskalkulietherapie führen.
Um Nora dennoch zu unterstützen, würde man empfehlen, nochmal gezielt die Rechenoperationen der Subtraktion und der Division zu wiederholen.

Noras Ergebnisse im CODY-M- Rechentest 2-4

Abb. 14: Ergebnisrückmeldung Nora – Cody-M Rechentest 2-4

Noras Gesamtergebnis im „*Cody-M Rechentest 2-4*“ deutet auf keine Schwierigkeiten in den beschriebenen Aufgabenbereichen hin (Prozentrang von „61“ und T-Wert von „53“; das gesamte Vertrauensintervall liegt im grünen Bereich).

Besonders im Teilleistungsbereich der basalen Zahlverarbeitung erreichte Nora sehr gute Ergebnisse (PR 84), während die Bereiche zur komplexen Zahlverarbeitung und zum Rechnen genau im Durchschnitt liegen.

Leichte Schwierigkeiten hatte Nora in den Aufgaben zum visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnis (PR19). Noras Ergebnisse im visuell-räumlichen Bereich stimmen somit nicht mit dem Ergebnis im HRT (gut durchschnittlich, bis tendenzielle Stärke) überein.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des „*Cody M*“ ergeben:
Noras Ergebnisse im „*Cody M*“ erlauben die Interpretation, dass Nora über gute bis sehr gute Basisfähigkeiten in Mathematik verfügt. Eine zusätzliche Förderung würde man aufgrund des Ergebnisses nicht als notwendig erachten.

Aufgrund der Beschreibung der Eltern und Lehrerinnen bezüglich Noras zeitweiser Unkonzentriertheit und ihrer leichten Schwierigkeiten beim Untertest der Matrixspanne, könnte man ihre zeitweise schwachen Ergebnisse in Mathematik durch kognitive Schwierigkeiten, z.B. in den Bereichen Aufmerksamkeit und Gedächtnis erklären und ein Training in diesem Bereich vorschlagen.

Da Nora darüber hinaus nur im Untertest „Fehlende Zahl“ leichte Schwierigkeiten hatte, sollte man auch den Relationalzahlaspekt noch einmal gezielt mit ihr wiederholen.

Noras Ergebnisse im Jenaer Rechentest

(siehe Noras vollständiges Ergebisprotokoll in Anhang B)

Dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen			
keine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	leichte Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	mittlere Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	gravierende Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten

Zahlenmathematische Kompetenzen					
Sachgebiet	Thema	Testseiten	Kompetenzbewertung		
			Kompetenz	Teilkompetenz	Keine Kompetenz
1 Mengen	A Zuordnung Anzahl – Zahlname	2	X		
	B Grobe Differenzbestimmung	3	X		
	C Exakte Differenzbestimmung	3	X		
2 Zahlen	A Kardinaler Zahlbegriff, Wertebeziehungen	4 – 5		X	
	B Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit	6	X		
3 Zahlordnungen	A Seriation der natürlichen Zahlen	7			X
	B Verständnis des dekadischen Bündelungssystems	8		X	
	C Ableiten mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	8			X
	D Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	9 – 10			X
4 Arithmetik	A Operationslogik der Addition	11	X		
	B Operationslogik der Subtraktion	11	X		
	C Zusammenhang von Addition und Subtraktion	12	X		
	D Addition und Subtraktion, dekad. strukturiertes Rechnen	13		X	
	E Operationslogik der Multiplikation	14		X	
	F Multiplikation, Faktorenzerlegung, Bezüge zur Addition und Subtraktion	15			X
	G Operationslogik der Division	16		X	
	H Division, Bezug zur Multiplikation	17		X	
	I Funktionen/Beziehungen von Zahlen in Gleichungen	18 – 19		X	
5 Sachaufgaben		20 – 21		X	

Abb. 15: Ergebnisprotokoll Nora – Jenaer Rechentest 3

Ersetzen des Wissens um gesetzmäßige Zahlenzusammenhänge, die Logik der Rechenoperationen sowie der rechnerischen Konsequenzen durch			
Zählen	*Begriffsloses* Auswendiglernen von Zahlenkombinationen in Aufgabensätzen[3]	*Begriffslos-schematische*[4] Reproduktion von Algorithmen und Regeln ohne Berücksichtigung von Ableitungsstrategien	
		Mentale Verfahren	Schriftliche Verfahren
☐ Klappen mit Fingermengen[5] **Zählen an konkreten Objekten:** ☐ wie Finger ☐ wie Zahlenstrahl/Lineal ☐ wie Rechenrahmen ☐ wie Steckwürfel ☐ Sonstiges_____ **Mentales Zählen:** ☐ ohne Bilder ☐ mit Zahlenreihe/Zahlenstrahl ☐ mit Würfelbildern ☐ mit Fingerbildern ☐ Sonstiges_____ **Zählen mit Körperbewegungen:** ☐ wie Kopfnicken ☐ wie Fingerbewegungen ☐ Sonstiges_____	**Memorierereren:** ☒ spontan, richtige Ergebnisse[6] ☒ angestrengt ☒ fragend ☐ mit perseverierten Zählfehlern ☒ mit Brückenaufgaben ☐ mit mentalen Bildern ☐ Sonstiges_____	☒ mit Notation der Aufgaben **Anwendung ohne Fehler:** ☒ mechanisch schematisch ☒ mit unvorteilhaften Verfahren ☒ ziffriges Vorgehen ☐ Sonstiges_____ **Anwendung mit Fehlern:** ☐ Operationsverwechslung ☐ Einer-Zehner-Verwechslung ☐ Neglektfehler ☐ Minuend-Subtrahend-Tausch ☐ Sonstiges_____	**Anwendung ohne Fehler:** ☒ mechanisch schematisch ☐ Sonstiges_____ **Anwendung mit Fehlern:** ☐ Operationsverwechslung ☐ Übertragungsfehler ☒ Minuend-Subtrahend-Tausch ☐ Sonstiges_____

[3] Im Unterschied zu: Sinn erfassendem Erlernen von gesetzmäßigen Zahlenzusammenhängen in Aufgabensätzen.
[4] Mit *begriffslos-schematisch* ist gemeint: an Stelle der Einsicht in gesetzmäßige Zahlenzusammenhänge.
[5] Aus dem richtigen Zugriff auf Fingermengenstrukturen kann nicht automatisch auf die Einsicht in die gesetzmäßigen Zahlenzusammenhänge geschlossen werden.
[6] Ambivalentes Kriterium vgl. Fußnote 1, S. 4.

Abb. 16: Nora verwendete Ersatzstrategien – Jenaer Rechentest 3

Profil des mathematischen Lernstandes von Nora im „*JRT*“

Grobe und exakte Differenzbestimmung

Keine Schwierigkeiten!

Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen / Seriation der natürlichen Zahlen

Aufgaben zur Zahlzerlegungen im Bereich bis zehn löste Nora sicher automatisiert.

„Wir haben insgesamt 13 Würfel, ich bekomme 8, wie viele bekommst du?“

Noras Rechenweg: 8+ ☐ = 13

„Wir haben insgesamt 19 Würfel, ich bekomme 12, wie viele bekommst du?“

Noras Rechenweg:

9 - 2 = 7

1 - 1 = 0

Noras Vorgehen zeigt, dass bei ihr ein gewisses Verständnis von kardinalen Zahlbeziehungen bis 20 vorliegt. Allerdings weist die Tatsache, dass Nora bereits in diesem kleinen zweistelligen Zahlbereich teilweise auf das ziffernweise schriftliche Verfahren zurückgreift darauf hin, dass dieses kardinale Zahlverständnis bei Nora noch nicht vollständig gesichert ist.

81 - 79

Noras Lösungsprozess:

Nora denkt zunächst angestrengt nach (1Minute, 10 Sekunden).

Nora: *„Also erstmal, man kann ja nicht von der „1“ die „9“ wegziehen, dann macht man „9“ bis „11“. Das sind „2“. Dann schreibt man ne „2“ hin, aber ich muss ja noch übertragen. Vorne hab ich ne „1“…Zwei?“* (unsicher).

Testleiterin: *„Kann das denn sein* 81-79 = 2 *?“*

Nora: *„Ähmmmm… ja könnte sein.“*

Testleiterin: *„Hast du dir das jetzt wieder schriftlich untereinander vorgestellt?“*

Nora: *„Ja!“*

Testleiterin: *„Gäbe es vielleicht eine leichtere Möglichkeit, wie es im Kopf schneller geht?“*

Nora: *„Ähm…… neee.“*

800-798

Noras Lösungsprozess:

Nora: „Ich muss mir die Aufgabe aufschreiben.“

Nora schreibt:

$$\begin{array}{r} 800 \\ \underline{-798} \\ 198 \end{array}$$

Testleiterin: *„Kannst du mal laut sagen wie du gerechnet hast?“*

Nora: *„Ja, ähh acht…. Halt das ist falsch, oder?“*

Testleiterin: *„Kann es sein, dass du hier ´Plus` gerechnet hast?“*

Nora: *„Ja, also acht bis zehn, ist zwei…. Übertrag. Dann zehn bis zehn… wieder Übertrag.“*

Testleiterin: *„Was kommt raus bei dir?“*

Nora: *„Acht, ähhh nee ich glaub zwei.“*

Nora stellt sich bei mehrstelligen Kopfrechenaufgaben (Additions- und Subtraktionsaufgaben) die Zahlen immer untereinander vor wie beim schriftlichen Algorithmus und berechnet das Ergebnis stellenweise.

Es liegt bei Nora keine Einsicht in die Logik der seriellen Zahlordnung und deren rechnerischen Konsequenzen vor. Dies zeigt, dass Nora mehrstellige Zahlen nicht in ihrer abstrakten Mengenbedeutungen und in ihren Wertbeziehungen zu den anderen Zahlen sieht. Zum Kopfrechen im Sinne eines mentalen Operierens scheint sie nicht in der Lage zu sein.

Verständnis des dekadischen Stellenwertsystems

Die Frage, aus wie vielen „Einern“ die Zahl 400 bestehe, bereitete Nora deutliche Schwierigkeiten. Die Frage, wie viele Hunderter man aus 12 Zehnern bündeln kann, beantwortete sie mit der Anschauungshilfe durch das Mehrsystemmaterial folgendermaßen: *„Eine Hunderterplatte, zwei Einer bleiben übrig.“* Dies zeigt:

Noras Verständnis in das dekadischen Stellenwertsystem ist noch nicht gesichert.

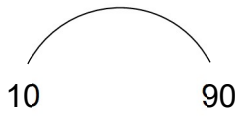
Die Frage: „*Wie groß ist der Unterschied von 160 und 80?*“, beantwortete Nora richtig mit 80.
Die Frage wie groß der Unterschied zwischen 10 und 1000 sei bereitete ihr hingegen große Schwierigkeiten.

Wir groß ist der Unterschied zwischen 10 und 1000?

Noras Lösungsprozess:

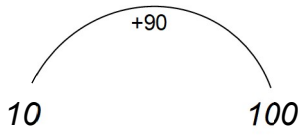
Nora: *„Also 10 und 90 sind 100. Und 100 und nochmal 100 sind 1000.“*
Testleiterin: *„100 und nochmal 100 sind 1000?“*
Nora: *„Nee.“*

Nora zeichnet:



kommt dann aber nicht weiter.

Testleiterin: *„Meinst du vielleicht so“:*



Nora: *„Ja jetzt überlege ich wie viele es noch bis 1000 sind. Vielleicht erstmal in leichteren Schritten.“*
Testleiterin: *„Was wäre denn für dich erstmal ein leichterer Schritt?“*
Nora: *„Erstmal bis 180.“*
Testleiterin: *„Hilft dir das?“*
Nora: *„Ja, 180 + 20…. oohhhhh. Ah nein 100 und man braucht 1000, weil wenn man 100 + 100 machen würde wären es 200.“*
Testleiterin: *„Richtig. Also, was meinst du, wie viel braucht man von der 10 bis zur 1000 insgesamt?“*
Nora: *„190 000.“*

Stellenwertbeziehung, Transfer

Nachdem Nora die Aufgabe 6 + 17 = 23 (bzw. 391-4) richtig gelöst hat, nennt sie für die Aufgabe 206 + 17 das Ergebnis 230 und berechnet die Aufgabe 391-14 wieder neu durch algorithmisches Vorgehen.

Nora gelingt kein sicherer Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen.

391 - 4 = 387 (laut vorgelesen) → Wie viel ist dann 391 – 14

Noras Lösungsprozess:

Nora: *„Ähh…“*

(Nora liest die Aufgabe von meinem Blatt über Kopf ab und stellt sie sich untereinander geschrieben vor.)

„*Erst die 7* (von vier bis elf), *dann die „8“ und dann die „3“, 387*!“

Auch die Aufgaben 14+19 und 70-24 löst sie indem sie sich die Zahlen untereinander geschrieben vorstellt und die Aufgabe stellenweise berechnet.

149 + 51=

Noras Lösungsprozess:

Nora: *„9+1 = 0*
5+4 und eins Übertrag = 0“

Testleiterin: *„Wenn du die Zahlen nicht untereinander denkst, sondern dir beide Zahlen einmal genau anschaust. Hier die „49“, ist ja eins weniger als „50“ und die „51“ eins mehr als „50“. Kann dir das helfen?“*

Nora: „*Ja, weil 49 +1 = 50 und 49 + 2 = 51*.“

Wie die Beispiele zeigen:

Dekadische Strukturen kann Nora nicht effektiv nutzen.

Operationslogik der Multiplikation und Division

Nora stellte die Multiplikationsaufgabe $3 \cdot 4 = 12$ und die Divisionsaufgabe 12:3 = 4 folgendermaßen mit Steckwürfel nach:

$3 \cdot 4 = 12$

Noras Darstellung mit Steckwürfeln:

Noras Erklärung: *„Du nimmst die vier dreimal. Dazwischen ist dann das Malzeichen."*

$12 : 3 = 4$

Nora: *„Du überlegst dir „Wie viel mal drei ist zwölf. Dann weißt du, das ist vier."*

Testleiterin: *„Woher weißt du das?"*

Nora: *„Ja, du weißt halt:* $3 \cdot 4 = 12$ *"*

Testleiterin: *Okay, kannst du mir noch genauer erklären was „Geteilt" bedeutet? Kannst du mir vielleicht eine passende Rechengeschichte zur Aufgabe* $12:3=4$ *erzählen?"*

Nora: *„Luisa hat zwölf Bonbons und will sie gerecht an drei Kinder verteilen. Ich bin ein Kind, du bist ein Kind und hier sitzen noch zwei Kinder. Dann überlegt sie…. Ähhh…. sie könnte ja überlegen: Wie viel mal drei gibt zwölf.*

Dann weiß sie das sind vier, dann gibt sie jedem Kind vier.

(Nora verteilt vier an sich, vier an die Testleiterin, hält inne und betrachtet die vier übrigen Steckwürfel.)

Aber dann reicht`s nicht. Ähhh… dann muss sie..."

(Nora nimmt die Würfel zurück und betrachtet konzentriert die Aufgabe.)

Testleiterin: *„Zwölf geteilt durch drei… deine Idee war gut."*

Nora: *„Äh… man könnte vielleicht vier Bonbons, neee..."*

Nora bemerkt nicht, dass sie entgegen ihrer formulierten Rechengeschichte nun versucht, von den zwölf Bonbons jeweils vier Bonbons an vier Kinder zu verteilen. Sie ist verwirrt darüber, dass ihre Handlung nicht durchführbar ist, findet aber die Ursache dafür nicht selbst. Auch wenn Nora zur Multiplikation eine passende Erklärung „*Du nimmst die vier dreimal*" und zur Division eine passende Rechenge-

schichte nennen kann, ist sie somit nicht in der Lage, die wirkliche Handlung der Multiplikation oder der Division durchzuführen.

Die Operationslogik von Multiplikation und Division wurde von Nora somit nicht vollständig durchdrungen.

Nora beherrscht viele Multiplikationsaufgaben des kleinen 1x1 auswendig. Mit diesen Multiplikationsaufgaben gelingen ihr auch teilweise Ableitungen um Divisionsaufgaben zu lösen. So z.B. $48 : 6 = 8$ weil, $8 \cdot 5 = 40 \rightarrow 8 \cdot 6 = 48$

Es gelingt Nora jedoch nicht, dieses Wissen auf andere Zahlenbereiche zu übertragen:

$$10 \cdot 12 =$$

Nora: „Also wir hatten sowas eigentlich noch nicht. Aber also, die 11-er-Reihe, das weiß ich, 11, 22, 33…“

Testleiterin: *„Wie würdest du versuchen die Aufgabe 10 · 12 zu lösen?“*

Nora schreibt mit dem Finger eine Zehn auf den Tisch und nimmt sich zwölf Steckwürfel.

Nora: *„Also… zehn, ich würde zehnmal die zwölf verdoppeln. Ich würde machen* $1 \cdot 12 = 12;\quad 2 \cdot 12 = 24;\quad 3 \cdot 12 = 46$…. *“*

Testleiterin: „Wie würdest du versuchen die folgende Aufgabe zu lösen?“

$$84 : 6 =$$

Nora: „Vielleicht $8+8 = 16$ *?“*

<u>Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen</u>

Nora vertauscht in Rechnungen wiederholt Subtrahend und Minuend beliebig, überträgt demnach die Kommutativität der Addition fälschlicherweise auf die Subtraktion.

Dies zeigen ihre folgenden Lösungen:

$$\boxed{16} - 27 = 19$$
$$48 = 77 - \boxed{05}$$
$$199 = \boxed{8} - 201$$

Nachdem auch Nora erklärt wird, dass das Gleichheitszeichen bedeutet, dass auf beiden Seiten gleich viel sein soll gelingt es ihr folgende Aufgaben richtig zu lösen:

$$9 \cdot 9 = 100 - \boxed{19}$$
$$37 + 15 = 7 \cdot \boxed{7} + 3$$

Nora versteht demnach die Beziehungen von Zahlen in Gleichungen nur ansatzweise. Die Bedeutung des Gleichheitszeichens beherrscht sie nicht sicher.

<u>Sachaufgaben</u>

Im Bereich der Sachaufgaben gelingt es Nora bei einer Aufgabe mit der Größe „Geld“ mit Hilfe einer Skizze einen sachgerechten Lösungsansatz zu entwickeln und die Aufgabe schließlich durch Probieren zu lösen.

Du tauschst 10 Euro in 20-Cent-Münzen. Wie viele Münzen erhälst du?

Noras Lösungsansatz:

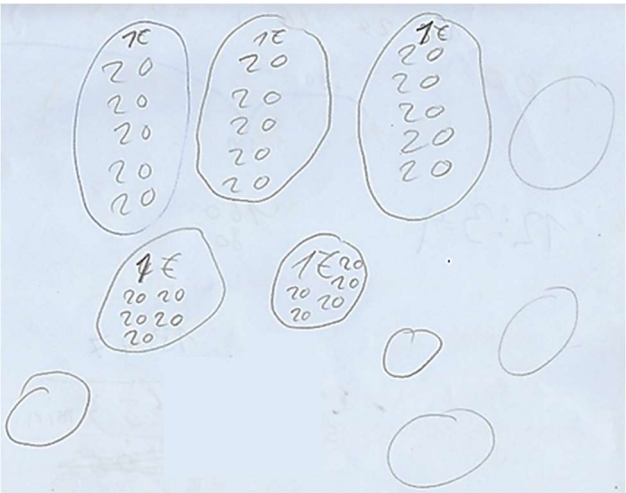


Abb. 17: Noras Lösungsansatz zur Sachaufgabe Geld – Jenaer Rechentest 3

Bei den beiden Aufgaben zu Längen und Zeit gelingt ihr dies nicht, wie die folgenden Beispiele zeigen:

Ein Zug soll um 13:47 Uhr ankommen. Er hat 59 Minuten Verspätung. Wann kommt der Zug an?

Noras Lösungsansatz:

$$\begin{array}{r} 13{:}47 \\ +\quad 59 \\ \hline 14{:}06 \end{array}$$

Paul läuft im Sportwettkampf 60 Meter. Jeder seiner Schritte ist 60 Zentimeter lang. Wie viele Schritte braucht er bis ins Ziel?

Noras Lösungsansatz:

„60 · 60…?“

Ein sicheres Operieren mit den aus dem Unterricht bekannten Maßeinheiten gelingt Nora noch nicht. Ihr arithmetisches Wissen kann sie nur in Ansätzen in klassenadäquaten Sachkontexten anwenden.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des *„JRT“* ergeben:

Die Lernstandsanalyse mit dem *„JRT“* zeigt auf, dass Nora gravierende Lücken in mathematischen Basisbereichen aufweist.

Sie nutzt neben begriffslos auswendig gelernten Zahlenkombinationen in Aufgabensätzen besonders oft schematische (oft am schriftlichen Rechnen orientierte) Algorithmen und Regeln als Ersatzstrategien und ist zum Kopfrechnen kaum in der Lage.

Um Noras grundlegende Lücken zu schließen und ihr langfristig die Anschlussfähigkeit im Mathematikunterricht ihrer Klasse zu ermöglichen, ist eine individuelle Aufarbeitung der Basiskompetenzen wichtig.

Eine gezielte Dyskalkulietherapie wäre hierfür anzuraten. Diese sollte beinhalten:

- Übungen zur Festigung des kardinalen Zahlverständnisses und der Wertbeziehung zwischen Zahlen,
- Übungen zum Verständnis der Seriation der natürlichen Zahlen, Zahlen auch als Relationalzahlen,
- intensive Übungen zum Verständnis des dekadischen Bündelungssystems, auch zum Transfer/Ableiten von Stellenwertbeziehungen,
- Erarbeitung und Festigung der Handlungslogik von Multiplikation und Division,
- Festigung der Bedeutung des Gleichheitszeichens, Übungen zu funktionalen Beziehungen in Gleichungen,
- Übungen zum Nutzen sinnvoller Rechenstrategien,
- mentales Operieren mit Aufgaben (Kopfrechnen) in den vier Grundrechenarten (erst auf Basis der vorangehenden Übungen!),
- vielfältige Anwendungssituationen in Sachkontexten (inklusive intermodalem Transfer).

4.3.3 Jona

Allgemeine Angaben zum Kind

Jona ist zum Zeitpunkt der Diagnostik acht Jahre alt und besucht die dritte Klasse einer Regelgrundschule. Sie ist ein ruhiges und freundliches Mädchen, das in seiner Freizeit gerne Fahrrad fährt, bastelt und mit seinen Geschwistern spielt. Jona geht gerne zur Schule und kommt in der Regel gut mit ihren Mitschülerinnen und Mitschülern aus.

In den ersten beiden Schuljahren fiel Jonas Lehrerin immer wieder auf, dass Jona wenig Verständnis für Zahlen und Mengen aufbrachte, auch geometrische Aufgabenstellungen fielen ihr schwer. In der dritten Klasse seien die Schwierigkeiten noch deutlicher geworden. Jona würde oft zählend rechnen und habe zwar viele Aufgaben automatisiert, ein Transfer gelänge ihr aber meist nicht.
Jonas Lehrerin vermutet, dass Jonas Schwierigkeiten in Mathematik eventuell auch auf ein eher niedriges Intelligenzniveau zurückzuführen sind. Jonas Mutter ist hingegen der Meinung, dass Jona erst seit diesem Schuljahr Schwierigkeiten in Mathematik habe und dass diese Schwierigkeiten sich vor allem auf Mal- und Geteiltaufgaben beschränken würden.
Jona selbst gibt an, dass sie sich in Mathematik anstrenge, es ihr aber manchmal schwer falle alles zu verstehen. Vor Tests sei sie aufgeregt. Auch traue sie sich nicht immer vor den anderen Kindern in ihrer Klasse Fragen zu stellen. Bei den drei Treffen begegnet Jona mir offen und freundlich.

Jonas Ergebnisse im Heidelberger Rechentest

HRT 1-4 — Ergebnisprofil

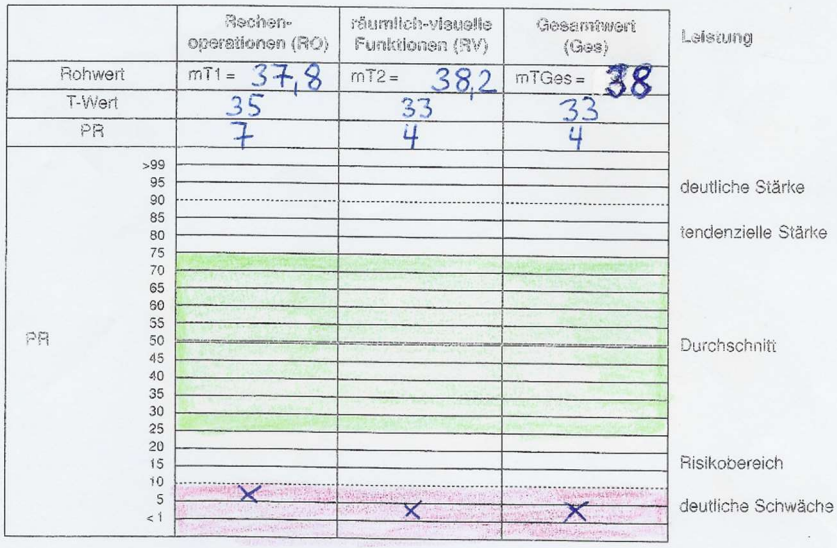
Name: Jona Klasse: 3 Datum: 29.11.22

Geänderte Reihenfolge der Untertests im Ergebnisprofil beachten (zur Übersicht nach Bereichen geordnet).

Untertest	SG	RA	RS	RM	RD	EG	GK*	ZF	LS	WÜ	MZ	ZV
Maximalwert	60	40	40	40	40	40	40	20	24	28	21	200
Rohwert	28	19	7	15	4	5	18,5	8	2	4	7	75
T-Wert	55	40	27	45	33	35	47	39	34	34	43	41
PR	69	15	1	29	4	6	38	14	5	5	24	18

* $RW = Zr - \frac{Zf}{2}$

	Rechenoperationen (RO)	räumlich-visuelle Funktionen (RV)	Gesamtwert (Ges)
Rohwert	mT1 = 37,8	mT2 = 38,2	mTGes = 38
T-Wert	35	33	33
PR	7	4	4



Leistung: deutliche Stärke; tendenzielle Stärke; Durchschnitt; Risikobereich; deutliche Schwäche

© Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG, Göttingen · Nachdruck und jegliche Art der Vervielfältigung verboten · Best.-Nr. 04 160 06

Abb. 18: Ergebnisprofil Jona – Heidelberger Rechentest

Im „*Heidelberger Rechentest*“ erreicht Jona einen Gesamt-T-Wert von „33“, was einem Prozentrang von vier und somit einem Ergebnis im Bereich einer deutlichen Schwäche entspricht.
Diese deutliche Schwäche zeigt sich laut „*HRT*“ bei Jona sowohl im Teilbereich der Rechenoperationen (T-Wert: 35, Prozentrang 7) als auch bei den räumlich-visuellen Funktionen (T-Wert: 33, Prozentrang: 4).
Außer in den Untertests zum Größenvergleich und der Multiplikation liegen alle Ergebnisse der Untertests von Jona im Risikobereich oder im Bereich einer deutlichen Schwäche.

Den Ergebnissen des „*Heidelberger Rechentests*“ zufolge liegt demnach bei Jona eine basale Rechenschwäche vor.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des „*HRT*“ ergeben:
Anhand der Ergebnisse aus dem „*Heidelberger Rechentest*“ würde man davon ausgehen, dass Jonas Rechenfähigkeit nicht altersgerecht entwickelt ist und einer zusätzlichen Förderung bedarf.

Aufgrund ihrer schwachen Ergebnisse in fast allen Teilbereichen sollten in einer solchen Förderung zunächst Grundlagen erarbeitet werden.
Konkret könnten Übungen empfohlen werden in den Bereichen:

- Grundrechenarten in kleinen Zahlenräumen (Bis 10 / bis 20) inklusive Ergänzungsaufgaben,
- visuell-räumliche Funktionen,
- logisches Denken.

Zur Diagnostik einer Rechenstörung nach ICD-10 wäre eine zusätzliche Intelligenzdiagnostik nötig.

Jonas Ergebnisse im CODY-M-Rechentest

Abb. 19: Ergebnisrückmeldung Jona – Cody-M Rechentest 2-4

Auch Jonas Gesamtergebnis im „*Cody-M-Rechentest 2-4*“ deutet auf deutliche Schwierigkeiten in den untersuchten Aufgabenbereichen hin (Prozentrang: 9, T-Wert: 37).

Im Teilleistungsbereich „Rechnen“ zeigen sich diese deutlichen Schwierigkeiten besonders. Auch das Ergebnis im Bereich des Arbeitsgedächtnisses liegt im Grenzbereich von leichten bis deutlichen Schwierigkeiten. Beim Bereich der komplexen Zahlverarbeitung werden bei Jona leichte Schwierigkeiten festgestellt, während sie im Bereich der basalen Zahlverarbeitung im Normalbereich liegt.

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des *„Cody-M“* ergeben:

Auch Jonas Gesamtergebnis im *„CODY-M-Rechentest“* deutet bei Jona auf eine Rechenschwäche hin.

Im Bereich der basalen Zahlverarbeitung stellt der *„CODY-M“* bei Jona noch keine Schwierigkeiten fest. Diese erscheinen im Bereich der komplexen Zahlverarbeitung.

Aufgrund dieser Ergebnisse könnte man folgende Förderungsempfehlung aussprechen:

- komplexe Zahlverarbeitung (z.B. die Arbeit mit mehrstelligen Zahlen, komplexeren Vergleichsprozessen, dem Stellenwertsystem und dem Relationalzahlaspekt),
- Rechentraining, besonders in den Bereichen Subtraktion und Multiplikation,
- Übungen zum visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnis.

Jonas Ergebnisse im Jenaer Rechentest

(siehe Jonas vollständiges Ergebisprotokoll in Anhang C)

Dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen			
keine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	leichte Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	mittlere Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	gravierende Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten

Zahlenmathematische Kompetenzen					
Sachgebiet	Thema	Testseiten	Kompetenzbewertung		
			Kompetenz	Teilkompetenz	Keine Kompetenz
1 Mengen	A Zuordnung Anzahl – Zahlname	2	X		
	B Grobe Differenzbestimmung	3	X		
	C Exakte Differenzbestimmung	3			X
2 Zahlen	A Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen	4 – 5			X
	B Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit	6			X
3 Zahlordnungen	A Seriation der natürlichen Zahlen	7			X
	B Verständnis des dekadischen Bündelungssystems	8		X	
	C Ableiten mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	8		X	
	D Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	9 – 10			X
4 Rechenoperationen	A Operationslogik der Addition	11		X	
	B Operationslogik der Subtraktion	11			X
	C Zusammenhang von Addition und Subtraktion	12		X	
	D Addition und Subtraktion, dekadisch strukturiertes Rechnen	13		X	
	E Operationslogik der Multiplikation	14			X
	F Multiplikation, kleines Einmaleins	15			X
	G Multiplikation, Faktorenzerlegung, Bezüge zur Addition/Subtraktion	16			X
	H Operationslogik der Division	17			X
	I Division, Bezug zur Multiplikation	18			X
	J Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen	19 – 20			X
5 Sachaufgaben		21 – 22			X

Abb. 20: Ergebnisprotokoll Jona – Jenaer Rechentest 2

Ersetzen des Wissens um gesetzmäßige Zahlenzusammenhänge, die Logik der Rechenoperationen sowie der rechnerischen Konsequenzen durch			
Zählen	***Begriffsloses* Auswendiglernen von Zahlenkombinationen in Aufgabensätzen[2]**	***Begriffslos-schematische*[3] Reproduktion von Algorithmen und Regeln ohne Berücksichtigung von Ableitungsstrategien**	
		Mentale Verfahren	**Schriftliche Verfahren**
☐ **Klappen mit Fingermengen[4]** **Zählen an konkreten Objekten:** ☐ wie Finger ☐ wie Zahlenstrahl/Lineal ☐ wie Rechenrahmen ☐ wie Steckwürfel ☐ Sonstiges_____ **Mentales Zählen:** ☐ ohne Bilder ☐ mit Zahlenreihe/Zahlenstrahl ☐ mit Würfelbildern ☒ mit Fingerbildern ☐ Sonstiges_____ **Zählen mit Körperbewegungen:** ☐ wie Kopfnicken ☐ wie Fingerbewegungen ☐ Sonstiges_____	**Memoriereren:** ☒ spontan, richtige Ergebnisse[5] ☒ angestrengt ☐ fragend ☐ mit perseverierten Zählfehlern ☒ mit Brückenaufgaben ☒ mit mentalen Bildern ☐ Sonstiges_____	☐ **mit Notation der Aufgaben** **Anwendung ohne Fehler:** ☐ mechanisch schematisch ☐ mit unvorteilhaften Verfahren ☐ ziffriges Vorgehen ☐ Sonstiges_____ **Anwendung mit Fehlern:** ☐ Operationsverwechslung ☒ Einer-Zehner-Verwechslung ☐ Neglektfehler ☒ Minuend-Subtrahend-Tausch ☐ Sonstiges_____	**Anwendung ohne Fehler:** ☐ mechanisch schematisch ☐ Sonstiges_____ **Anwendung mit Fehlern:** ☐ Operationsverwechslung ☐ Übertragungsfehler ☐ Minuend-Subtrahend-Tausch ☐ Sonstiges_____

[2] Im Unterschied zu: Sinn erfassendem Erlernen von gesetzmäßigen Zahlenzusammenhängen in Aufgabensätzen.
[3] Mit *begriffslos-schematisch* ist gemeint: an Stelle der Einsicht in gesetzmäßige Zahlenzusammenhänge.
[4] Aus dem richtigen Zugriff auf Fingermengenstrukturen kann nicht automatisch auf die Einsicht in die gesetzmäßigen Zahlenzusammenhänge geschlossen werden.
[5] Ambivalentes Kriterium vgl. Fußnote 1, S. 4.

Abb. 21: Jonas verwendete Ersatzstrategien – Jenaer Rechentest 2

Profil des mathematischen Lernstandes von Jona im „*JRT*“

Grobe und exakte Differenzbestimmung

Jona wurde die folgende Anordnung von Steckwürfeln angeboten:

(als Jonas Reihe bezeichnet)

(als Reihe der Testerin bezeichnet)

Jona bestimmte die Anzahl der Würfel in der Reihe der Testerin spontan richtig mit vier, meinte jedoch, in ihrer Reihe seien zehn Würfel. Erst nach einem weiteren konzentrierten Blick bestimmte sie die Anzahl der Würfel in ihrer Reihe ebenfalls richtig. Wurden die Anzahlunterschiede erfragt („*Wie viele Würfel sind bei dir mehr als bei mir? Wie viele Würfel sind bei mir weniger als bei dir?“),* konnte sie den Anzahlunterschied direkt benennen.

Wurden in beiden Reihen drei Würfel hinzugefügt *(„Ich lege an beiden Reihen gleich viele Würfel an*“), konnte Jona die Frage, wie viele Würfel nun in ihrer Reihe mehr seinen, erst durch erneutes Ermitteln der Gesamtwürfelzahl beider Reihen benennen. Dass sich an dem Anzahlunterschied beider Reihen, bei gleichsinnigem Verändern nichts ändert, war für Jona nicht ersichtlich. Wurde im Anschluss in beiden Reihen, ein Würfel weggenommen, beantwortete Jona die Frage, wie viele Würfel es in meiner Reihe weniger seien als in ihrer, mit „eins“. Jona erklärte ihr Ergebnis folgendermaßen:

„*Wenn da eins weggeht, dann weiß man, dass es dann eine Zahl von vorn ist.“*

Jona hat wahrscheinlich bei der Frage „*Wie viele Würfel sind in deiner Reihe weniger als in meiner“ den Teil „als in meiner“* nicht mitgedacht und die Frage beantwortet, wie viele Würfel es nun weniger als zuvor sind. Mit ihrer Antwort „*Dann weiß ich, dass es eine Zahl von vorn ist*“, meint sie wohl eine Zahl davor.

Jona gelingt die exakte Differenzbestimmung demnach nicht sicher. Außerdem hat sie deutliche Schwierigkeiten Sprache exakt zu verwenden und zu verstehen.

Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen & Seriation der natürlichen Zahlen

Zahlzerlegungen im Zahlenraum 10 und 20 beherrscht Jona nicht automatisiert.

Im Folgenden werden Jonas unterschiedliche Lösungswege bei Aufgaben zur Zahlzerlegung dargestellt:

„Wir haben insgesamt sieben Würfel, davon bekomme ich vier, wie viele bekommst du?“

Jonas Ergebnis (nach einigen Sekunden Nachdenken): *„Drei!“*

Jonas Rechenweg: *„Sieben kann man nicht aufteilen, weil es eine ungerade Zahl ist. Acht kann man aufteilen, dann bekommt jeder vier. Aber bei sieben geht das nicht, da bekomme ich nur drei.“*

„Wir haben insgesamt acht Würfel, ich bekomme zwei, wie viele bekommst du?“

Jonas Rechenweg: 8 – 2 = 5

Testleiterin: *„Bist du sicher?“*

Jona: *„Ach nein, drei minus acht gibt fünf.“*

„Wir haben insgesamt neun Würfel, davon bekomme ich sechs, wie viele bekommst du?“

Jonas Ergebnis (nach 20 Sekunden Überlegen): *„Drei“*

Jonas Rechenweg:

Jona: *„Ich hab‘ gedacht, drei plus drei ist ja sechs und wenn man minus macht – sechs minus drei ist ja auch drei. Dann hab` ich da halt so gerechnet.“*

Testleiterin: *„Aha, aber wir hatten insgesamt doch neun Würfel. Woher wusstest du, dass du drei bekommst?“*

Jona: *„Ähhhhhh...“*

Testleiterin: *„Dein Ergebnis ist richtig. Ich möchte einfach verstehen, wie du gerechnet hast.“*

Jona: „Ich weiß nicht so genau…“

„Wir haben insgesamt 19 Würfel, davon bekomme ich 12, wie viele bekommst du?“

Jonas Ergebnis: *„Acht!“*

Jonas Erklärung: *„Ich denk da immer an die verliebten Zahlen. Die „19“ kommt ja vor der „18“, ähhh ich mein…. nach….*

PAUSE

Genau, dann rechne ich einfach eins weniger. Und wenn ich bei der „18“ bin, dann sehe ich ja, dass man nichts mit der „18“ rechnen kann, also zum Beispiel acht plus acht, das geht ja gar nicht, also halt zwei gleiche Zahlen, die halt plus ergeben, also dann weiß ich das einfach. Und „17“ kann auch nichts ergeben und „16“, da ja, dann mach ich acht plus acht, ist ja „16“ und der Verliebte von acht ist ja zwei und dann weiß ich das einfach aus dem Kopf.“

„Wir haben insgesamt 13 Würfel, davon bekomme ich acht, wie viele bekommst du?“

Jonas Ergebnis: *„Drei“*

Jonas Erklärung: *„Ich habe mir den Rucksack hinten bei der „13“ geklaut und dann dachte ich, das ist drei.“*

Jona hat kein sicheres Verständnis von kardinalen Zahlbeziehungen bis 20 entwickelt.

Jona bemüht sich ganz offensichtlich beim Lösen von Rechenaufgaben im Unterricht behandelte Rechenstrategien und auswendig Gelerntes wie häufig vorkommende Zahlendribble, Verdopplungsaufgaben und die „verliebten Zahlen“ zu nutzen. Aufgrund ihres mangelnden Verständnisses für Wertebeziehung zwischen den Zahlen, kann sie jedoch auch die gelernten Strategien nicht durchdringen und bleibt bei ihrer Nutzung sehr fehleranfällig. Ihre Lösungsstrategien entsprechen oft nicht der Sachlogik.

13 - 12

Bei dieser Aufgabe denkt Jona 45 Sekunden lang nach. Die Aufgabe wird auf ein Blatt geschrieben und Jona wird noch einmal gefragt, wie sie diese Aufgabe lösen würde.

Jonas Lösungsprozess:

Jona: *„Also,* 13-13 *ist ja null, weil es dann ja nicht geht. Und dann rechne ich immer eins weniger als da steht… und dann…“*

PAUSE

„Also, ich rechne dann immer minus zwei, aber wie es dann geht, ist mir nicht so klar im Kopf.“

PAUSE

„Manchmal mache ich auch einfach die „2“ weg und denk da ist ne Null. Dann mach ich 13-10 *ergibt ja…. äh ding… ähh ist ja drei. Dann überleg ich drei minus 2 ist ja…. Ding ähhhhhhh… „*

PAUSE

Testleiterin: *„Drei minus zwei?“*

Jona: *„Ist ja eins! Das seh` ich ja hier an den vorderen, aber mit den größeren Zahlen, das seh` ich halt noch nicht so gut.“*

Testleiterin: *„Du meinst* 3-2 *ist einfacher als* 13-12 ?“

Jona: *„Ja genau.“*

Bei der Aufgabe 21-19 kommt Jona zum Ergebnis eins.

Es liegt bei Jona keine Einsicht in die Logik der seriellen Zahlordnung und deren rechnerischen Konsequenzen vor. Dies zeigt, dass Jona mehrstellige Zahlen nicht in ihrer abstrakten Mengenbedeutungen und in ihren Wertbeziehungen zu den anderen Zahlen sieht.

Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit

Als verbliebene Anzahl von hundert Bäumen, von denen der zweite und der dreißigste Baum gefällt werden, denkt Jona zunächst sehr lange nach und wird dann zum lauten Denken aufgefordert:

Jonas Lösungsprozess:

„Also ich rechne 100-30 *, das sind….. sieben, ähhhhhhh siebzig. Jaaaaa, dann bleiben siebzig übrig.“*

Jona begreift ordinale Zahlangaben nicht hinsichtlich ihrer kardinalen Bedeutung.

Verständnis des dekadischen Stellenwertsystems

Ich zeige Jona als Anschauungshilfe das Mehrsystemmaterial und hierbei werden noch einmal Einer, Zehner und Hunderter benannt. Die Frage, aus wie vielen Einern die Zahl 23 bestehe, beantwortet Jona nach längerem Überlegen mit zwei. Bei der folgenden Aufgabe: „*Stell dir vor du hast drei Zehner. Wie viele Einer stecken da drin?*“ überlegt Jona lange ohne zu einem Ergebnis zu kommen. Als sie schließlich die drei Zehnerstangen vor sich liegen hat, meint sie, das Ergebnis sei 10.

Jona hat das dekadischen Stellenwertsystem nicht durchdrungen.

Stellenwertbeziehung, Transfer

Nachdem Jona die Aufgabe 7 + 8 = 15 richtig gelöst hat, zählt sie die Aufgabe 17 + 8 neu aus. Auch kommt sie, nachdem sie die Aufgabe 42 – 7 ausgezählt hat *(„1, 0, 9, 8, 7, 6, 5, dann weiß ich die hintere Zahl und dann ist es vorne ein Zehner weniger, also 35“),* nicht zum Ergebnis der Aufgabe 42-17 .

Jona gelingt kein Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen.

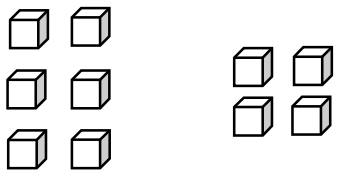
Operationslogik der vier Rechenarten

Mit Hilfe von Steckwürfeln soll Jona im Rollenspiel einem fiktiven Erst- oder Zweitklässler erklären, was die Aufgaben 2+4=6 ; 6-4=2 ; 3·4=12 und 12:3=4 bedeuten.

Jona gelingt es hierbei kaum, die Sachlogik der jeweiligen Aufgabe zu vermitteln. Nur in Ansätzen stimmt ihre Darstellung der Additionsaufgabe mit der Sachlogik des Zusammenfügens mehrerer Mengen überein, wobei Jona die vier Würfel nochmals in zwei Zweiergruppen aufteilt.

Im Folgenden wird dargestellt, wie Jona die Subtraktion und die Multiplikation erklärt.

6 - 4 = 2



<u>Jonas Erklärung (verkürzt):</u>

Jetzt hast du zehn Würfel. Du muss also noch acht wegnehmen, damit du zwei hast.

3 · 4 = 12

<u>Jonas Erklärung (verkürzt):</u>

Zusammen sind das sieben Würfel.

7 – 1 = 6 und 6+ 6 = 12

Jona hat die Operationslogik aller vier Rechenarten nicht sicher verstanden.

Die Operationsumkehrung von Addition und Subtraktion kann sie bei bereits vorgegebenen oder ausgezählten Ergebnissen richtig nutzen.
Jona beherrscht wenige Multiplikationsaufgaben des kleinen 1x1 auswendig und kann einzelne Malreihen (5er, 2er und 10er) hochzählen.
Divisionsaufgaben kann sie nicht lösen.
Die meisten Aufgaben aus dem Bereich Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen kann Jona nicht lösen. Ihre wenigen Lösungsversuche sind im Folgenden dargestellt:

$\boxed{9} - 27 = 19$

$29 = 61 - \boxed{71}$

$9 \cdot 9 = 100 - \boxed{81}$

Beziehungen von Zahlen in Gleichungen und auch die Bedeutung des Gleichheitszeichens versteht Jona nicht.

Sachaufgaben:

Bei Sachaufgaben gelingt Jona kein sachgerechter Lösungsansatz.

Beispiel:

Du tauschst 3 Euro in 10-Cent-Münzen. Wie viele Münzen erhälst du?

Jona: „Ähhh, 13?“

Förderempfehlungen, die sich aus den Ergebnissen des *„JRT“* ergeben:

Die Lernstandsanalyse mit dem *„JRT“* zeigt auf, dass Jona in allen Bereichen der Sachgebiete Mengen, Zahlen, Zahlordnungen, Rechenoperationen und Sachaufgaben gravierende Verständnislücken aufweist. Jonas Wissens- und Verständnislücken beziehen sich bereits auf die basalen Grundlagen. Zudem fällt auf, dass Jona die verbale Beschreibung einfacher logischer Zusammenhänge bereits große Mühe bereitet. Hier scheinen bei ihr Defizite sowohl im sprachlichen Bereich, als auch im Bereich des logischen Denkens vorzuliegen. Anhand der Ergebnisse im *„JRT“* würde man von einer hochgradigen Rechenschwäche ausgehen und eine individuelle Förderung empfehlen.

Da Jona die schriftlichen Rechenverfahren noch nicht gelernt hat, nutzt sie bislang als Kompensationsstrategien das mentale Zählen mittels Fingerbilder, das begriffslose Auswendiglernen von Zahlenkombinationen in Aufgabensätzen und das begriffslos-schematische Reproduzieren von Regeln und Algorithmen, wobei sie sehr fehleranfällig bleibt.

Aus den Ergebnissen des *„JRT“* lassen sich für eine Förderung bei Jona folgende nächsten Förderschwerpunkte ableiten:

- Grundsätzliche Erarbeitung eines kardinalen Zahlverständnis im Zahlenraum 10 und später 20 mit Übungen zur Mengenerfassung (simultan / quasi-simultan), exakten Differenzbestimmung und zum Teil-Ganze-Verständnis,
- Übungen zum Verständnis verschiedener anderer Zahlaspekte (Zahlen z.B. auch als Ordinalzahlen),
- Übungen zum Verständnis der Seriation der natürlichen Zahlen,
- kontinuierliche Übungen zum Sprachverständnis und sprachlichen Ausdruck,
- Übungen zum Verständnis des dekadischen Bündelungssystems,
- grundsätzliche Erarbeitung der Handlungslogik aller vier Rechenarten
- vielfältige Anwendungssituationen in einfachen Sachkontexten (inklusive intermodalem Transfer),
- Erarbeitung sinnvoller Rechenstrategien,
- Verständnis des Gleichheitszeichens und funktionaler Beziehungen in Gleichungen.

4.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

In den folgenden drei Tabellen wird zusammenfassend gegenübergestellt, zu welchen Ergebnissen die drei verwendeten Diagnoseverfahren bei jedem Kind bezüglich der Feststellung einer Rechenschwäche, der Notwendigkeit einer gezielten Förderung sowie individuell notwendigen Förderbereichen kommen. Ergänzt wird hier ebenfalls jeweils, welche nächsten möglichen Förderbereiche sich aus diesen Informationen ableiten lassen.

JULIAN

	HRT	Cody-M	JRT
Rechenschwäche ja/nein	nein (Grenzbereich)	ja	ja
Notwendigkeit einer gezielten Förderung	eventuell	ja (bzw. Training neurologischer Funktionen)	ja
Inhaltsbereiche ohne Förderbedarf	- addieren - subtrahieren	- zählen - rechnen	weiteres Automatisierungstraining
Inhaltsbereiche mit Förderbedarf	- dividieren - multiplizieren - Größenvergleiche - logisches Denken - räumlich-visuelle Funktionen	- basale und komplexe Zahlverarbeitung, (besonders Mengenerfassung und Zahlwort-Ziffer-Zuordnung) - visuell-räumliches Arbeitsgedächtnis	- kardinales Zahlverständnis - Verständnis verschiedener Zahlaspekte - Operationsverständnis - Stellenwertsystem - Sachaufgaben - Sinnvolle Rechenstrategien - Funktionale Beziehungen
Abzuleitende nächsten Förderbereiche	- Training des kleinen Einmaleins /Einsdurcheins	- Mengenvergleiche - Zahlendiktate zur sicheren Zahlwort-Ziffer-Zuordnung	- kardinales Zahlverständnis (z.B. simultane und quasi-simultane Mengenerfassung) - Handlungslogik von Subtraktion, Multiplikation, Division - Stellenwertsystem - Anwendungssituationen

Abb. 22: Zusammenfassende Tabelle der Diagnoseergebnisse von Julian

NORA

	HRT	Cody-M	JRT
Rechenschwäche ja/nein	nein	nein	ja
Notwendigkeit einer gezielten Förderung	eventuell	nein	ja
Inhaltsbereiche ohne Förderbedarf	- räumlich-visuelle Funktionen - addieren - multiplizieren - Ergänzungsaufgaben	- basale und komplexe Zahlverarbeitung - rechnen	- Mengenerfassung - Operationsverständnis von Addition und Subtraktion
Inhaltsbereiche mit Förderbedarf	- subtrahieren - dividieren - Größenvergleiche - logisches Denken	- räumlich-visuelles Arbeitsgedächtnis	- Seriation natürlicher Zahlen - Operationsverständnis von Multiplikation und Division - Stellenwertsystem - Sachaufgaben - Sinnvolle Rechenstrategien - Funktionale Beziehungen
Abzuleitende nächsten Förderbereiche	- Subtraktion und Division (als Umkehrung von Addition und Multiplikation) - Zahlenfolgen	Eventuell: - Training kognitiver Funktionen (Konzentration und Gedächtnis) - Übungen zum Relationalzahlaspekt	- Seriation natürlicher Zahlen (und Festigung des kardinalen Zahlverständnisses) - Stellenwertsystem - Operationsverständnis Mal /Geteilt - Anwendungssituationen

Abb. 23: Zusammenfassende Tabelle der Diagnoseergebnisse von Nora

JONA

	HRT	Cody-M	JRT
Rechenschwäche ja/nein	ja	ja	ja
Notwendigkeit einer gezielten Förderung	ja	ja	ja
Inhaltsbereiche ohne Förderbedarf	- Größenvergleiche	- basale Zahlverarbeitung	- Zuordnung von Anzahl und Zahlnamen
Inhaltsbereiche mit Förderbedarf	- Grundrechenarten - Ergänzungsaufgaben - logisches Denken - räumlich-visuelle Funktionen	- komplexe Zahlverarbeitung, (besonders Mengenerfassung und Zahlwort-Ziffer-Zuordnung) - Rechnen (besonders Subtraktion und Multiplikation) - visuell räumliches Arbeitsgedächtnis	- exakte Differenzbestimmung - kardinales Zahlverständnis - verschiedener Zahlaspekte - Sprachverständnis und -ausdruck - Operationsverständnis aller vier Rechenarten - Stellenwertsystem - Sachaufgaben - Sinnvolle Rechenstrategien - Funktionale Beziehungen
Abzuleitende nächsten Förderbereiche	- alle vier Grundrechenarten im kleinen Zahlenraum - Ergänzungsaufgaben	- mehrstellige Zahlen - Stellenwertsystem - komplexere Vergleichsprozessen - Relationalzahlaspekt	- kardinales Zahlverständnis (z.B. simultane und quasisimultane Mengenerfassung) - Operationsverständnis zunächst von Addition und Subtraktion - Stellenwertsystem - Vielfältige Anwendungssituationen - andere Zahlaspekte

Abb. 24: Zusammenfassende Tabelle der Diagnoseergebnisse von Jona

5. Bewertung und Ausblick

Auf der Grundlage der in den ersten drei Kapiteln dargestellten theoretischen Hintergründe, erfolgt im fünften Kapitel die Auswertung meiner Feldstudie und ein Rückbezug auf meine Eingangsthese:

> *„Lösungsprozessanalytische Verfahren können bei der Diagnostik von Rechenschwäche etwas leisten, zu dem normstichprobenorientierte Verfahren nicht in der Lage sind.“*

Zum Abschluss der Arbeit wird ein Ausblick auf zukünftige Herausforderungen im Umgang mit der Diagnostik von Rechenschwäche gegeben.

5.1 Eigene Bewertung der verwendeten Verfahren

Bereits im dritten Kapitel wurde erläutert, dass die Zielsetzung einer qualitativen Diagnostik meist eine grundsätzlich andere ist als die eines quantitativ-normstichprobenorientierten Verfahrens (vgl. Schardt 2009, 149ff). Qualitative Verfahren wollen Lern- und Wissensstände ermitteln, um anschließende pädagogische Interventionen planen und konkrete Fördermaßnahmen ableiten zu können, während quantitativ-normstichprobenorientierte Verfahren eine individuelle Leistungsfähigkeit erheben und eventuelle Normabweichungen ermitteln möchten, meist mit dem Ziel der Zuteilung von Ressourcen und Zuständigkeiten. Erklärtes gemeinsames Ziel beider Diagnoseformen ist es jedoch, Rechenschwäche zuverlässig feststellen zu können.

5.1.1 Sichere Feststellung von Rechenschwäche

Der „*Jenaer Rechentest*“ diagnostizierte in meiner Feldstudie bei allen drei untersuchten Kindern eine Rechenschwäche, während der „*Heidelberger Rechentest*“ diese nur bei Jona und der „*Cody-M“* nur bei Jona und Julian feststellte.

Ebenso wie bei der in Kapitel 4.2.3 beschriebenen Untersuchung der Universität Paderborn in einer ersten Grundschulklasse, wurden also auch in meiner Untersuchung mit dem *„JRT“* mehr Kinder als rechenschwach benannt als mit den beiden normstichprobenorientierten Verfahren. Grundsätzlich gibt es hierfür zwei mögliche Erklärungen:

- Der *„JRT“* diagnostiziert auch bei Kindern eine Rechenschwäche, die keine haben.

- Die beiden normstichprobenorientierten Verfahren erfassen nicht alle Kinder mit Rechenschwäche.

Stellt der *„JRT“* vielleicht höhere Anforderungen an die Kinder?
Es ist davon auszugehen, dass sich die Unterschiede eher auf die Art der Anforderungen beziehen.

Die Tätigkeit des Rechnens wird vom Autorenteam des *„JRT“* nicht als eine bloße Anwendung fester Algorithmen, sondern als die Fertigkeit des verständigen Umgangs mit Zahlen und Rechenzeichen, die es ermöglicht quantitative Fragestellungen von Rechenaufgaben oder Sachsituationen begründet richtig zu beantworten, verstanden. Daraus folgt logisch, dass ohne Verständnis der kardinalen Zahlabstraktion und ohne Einsicht in die kardinallogischen Zahlbeziehungen nicht verständig gerechnet werden kann (vgl. Kwapis u.a. 2018, 11).
Es ist nicht von der Hand zu weisen, dass alle drei untersuchten Kinder bei der Diagnostik mit dem *„JRT“* grundlegende mathematische Verständnislücken in für den weiteren Lernprozess wichtigen Kompetenzbereichen, wie zum Beispiel der Einsicht in die Seriation der natürlichen Zahlen, zeigten.
Ich möchte in dem Zusammenhang nochmals auf die von mir in Kapitel 2.6 selbst formulierte Beschreibung der Rechenschwäche zurückkommen.
Diese lautete:

> *„Rechenschwäche beruht auf noch nicht vorhandenen oder fehlerhaften Vorstellungen zu mathematischen Grundlagen. Aufgrund dieser fehlenden Grundlagenvorstellungen können Kinder mit Rechenschwäche geeignete Lösungsstrategien zur Bearbeitung von Rechenaufgaben und zur Anwendung in Sachkontexten oft noch nicht zielführend nutzen und greifen stattdessen auf Ersatzstrategien zurück.“ (Richter, 2023)*

Diesem Verständnis von Rechenschwäche nach, liegt bei allen drei untersuchten Kindern eine Rechenschwäche vor, denn bei allen stellte der *„JRT“* mangelnde oder fehlerhafte Vorstellungen zu mathematischen Grundlagen fest, aufgrund derer sie sinnvolle Lösungsstrategien zur Bearbeitung von Aufgaben und zur Anwendung in Sachkontexten nicht zielführend nutzen konnten. Sie greifen alle drei stattdessen auf Ersatzstrategien zurück.
Die beiden normstichprobenorientierten Verfahren stellten diese fehlenden Vorstellungen nicht oder nur teilweise fest. Aus meiner Sicht ist daher die Erklärung

für die unterschiedlichen Bewertungen der drei Testverfahren bezüglich dem Vorliegen einer Rechenschwäche die, dass die beiden normstichprobenorientierten Verfahren nicht alle Kinder mit Rechenschwäche erfassen und hier Nora und beim *„HRT“* auch Julian durchs Diagnoseraster fallen.

Der „*Heidelberger Rechentest*“ beachtet die Lösungswege der Kinder nicht. Für mich liegt hier der Verdacht nahe, dass beim *„HRT“* genau das zutrifft, wovor Lorenz warnt: Er erfasst nicht automatisch Kinder wie Julian und Nora, die zwar nach alten Standards bis zu einem gewissen Grad formal „rechnen“ - im Sinne der Anwendung bestimmter Algorithmen -, können, aber über wenig bis kein Zahlverständnis verfügen und demnach in Anwendungssituationen scheitern (vgl. Lorenz 2013, 166). Diese Anwendungssituationen werden im *„HRT“* nicht überprüft.
Darüber hinaus gehen beim *„HRT“* die Ergebnisse der Skalen „räumlich-visuelle Funktionen“ und „Rechenoperationen“ zu gleichen Teilen in das Gesamtergebnis ein. Der Zusammenhang dieser Fähigkeiten mit einer bestehenden Schwäche in der Arithmetik, wie sie im „*ICD-10*“ gefordert wird, ist empirisch jedoch nicht ausreichend gesichert (vgl. Lambert 2015, 129). Es besteht also die Möglichkeit, dass ein Kind durch gute Leistungen im räumlich-visuellen Bereich Schwächen in anderen Bereichen ausgleichen kann. Dies ist bei Noras Ergebnissen mit einem Prozentrang von „31“ im Bereich der Rechenoperationen und einem Prozentrang von „62“ im Bereich der visuell-räumlichen Funktionen in gewisser Weise der Fall. Würde der Untertest „Zahlenfolgen“, bei dem Nora mit einem Prozentrang von „9“ sehr schwach abschnitt, nicht in die räumlich-visuelle Skala mit einberechnet werden (wo er meines Erachtens auch nicht dazu gehört), würde die Diskrepanz noch deutlicher ausfallen. Allerdings würden auch Noras im *„HRT“* erreichten Ergebnisse der Skala „Rechenoperationen“ isoliert betrachtet, nicht zur Diagnose einer Rechenschwäche ausreichen.

Beim „*CODY-M“* wird zumindest bei Julian das Missverhältnis zwischen den Bereichen der Zahlverarbeitung und dem Rechnen ersichtlich, woraus man Rückschlüsse auf sein fehlendes Verständnis ziehen kann. Liegt dies jedoch eventuell vor allem daran, dass bei Julian eine Ursache seiner Rechenschwäche Defizite im Bereich der basisnumerischen Funktionen sein könnten, wo der neurowissenschaftlich orientierte „*CODY-M“* einen diagnostischen Schwerpunkt setzt und

würden andere Kinder, bei denen andere Bedingungsfaktoren zur Ausbildung einer Rechenschwäche geführt haben, auch beim „*CODY-M*“ durchs Diagnoseraster fallen?
Bei Nora scheint dies der Fall zu sein. Im „*CODY-M*“ erzielt sie - abgesehen von leichten Schwierigkeiten im Bereich des visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisses - ausschließlich Ergebnisse im durchschnittlichen Bereich.

Der „*S-3-Leitlinie*“ zufolge ist eine Rechenstörung in erster Linie gekennzeichnet durch Minderleistungen im Bereich der Mathematik, welche sich auf Basiskompetenzen, Grundrechenarten und/oder Textaufgaben beziehen (vgl. S3-Leitlinie, 15). Unter den Basiskompetenzen im Rechnen wird hierbei die basale Zahlen- und Mengenverarbeitung, also die Verknüpfung zwischen einer Zahl und der Menge, die sie repräsentiert, verstanden (vgl. Haberstroh & Schulte-Körne 2019, 108f.). Auch Probleme bei der Anwendung der Basiskompetenzen des Rechnens werden beschrieben.
Zur Feststellung der Rechenschwäche wird demnach ein Verfahren gefordert, das im Bereich der Mathematik sowohl das Zahlen- und Mengenverständnis, das arithmetische Faktenwissen sowie das Wissen um arithmetische Regeln und die Anwendung arithmetischer Operationen überprüft.
Da sowohl der „*HRT*“ als auch der „*CODY-M*“, wie normstichprobenorientierte Verfahren im Allgemeinen, Denk- und Lösungswege der Kinder nicht in den Blick nehmen, fällt hier meiner Meinung nach die Überprüfung des individuellen Zahlen- und Mengenverständnisses eher dürftig aus.
Die Anwendung arithmetischer Operationen wird in keinem der beiden Tests in Sachsituationen überprüft. Sogenannte Textaufgaben kommen nicht vor. Somit bleibt bei beiden normstichprobenorientierten Verfahren die Frage offen, in wieweit es den untersuchten Kindern gelingt, ihr mathematisches Wissen und Können in Sachsituationen anzuwenden. Nun könnte man vielleicht davon ausgehen, dass Kinder, die über Defizite im Bereich der mathematischen Fertigkeiten verfügen, automatisch auch Schwierigkeiten bei der Anwendung dieser haben. Was ist aber mit Kindern, die scheinbar über ausreichend mathematische Fertigkeiten und ein solides arithmetisches Fakten- und Regelwissen verfügen? Ihre Rechenleistungen werden mit dem „*HRT*“ und dem „*CODY-M*“ als unauffällig beurteilt,

obwohl sie unter Umständen zur Anwendung dieser Fertigkeiten in Sachsituationen nicht in der Lage sind.
Dennoch empfiehlt die „*S3-Leitlinie*“ beide Verfahren zur Diagnostik. Die Ergebnisse meiner Feldstudie legen nahe, dass hier psychologische Messgrößen wie Gütekriterien stärker gewichtet werden als fachliche Tiefe.

Die Lösungsprozessanalyse mit dem „*JRT“* geht bei der Überprüfung der Rechenkompetenz der Kinder noch einen Schritt weiter, als es die „*S-3-Leitlinie*“ fordert, indem sie von Kindern, die Rechnen können erwartet, dass sie Fragestellungen von Rechenaufgaben oder Sachsituationen begründet richtig beantworten können. Die geforderte Begründung und Beschreibung der eigenen Denk- und Lösungsprozesse im „*JRT“* ist der zentrale Anforderungsunterschied zwischen den beiden Diagnosearten.

Zusammenfassend wird deutlich, dass die Lösungsprozessanalyse mit dem „*JRT“* in meiner Feldstudie die Rechenschwäche der untersuchten Kinder sicher feststellte, während mit den beiden normstichprobenorientierten Verfahren die Rechenschwäche einzelner Kinder nicht festgestellt werden konnte.

Mögliche Gründe, warum Kinder bei den normstichprobenorientierten Diagnoseverfahren durchs Diagnoseraster fallen, sind meines Erachtens folgende:

- Dem Verfahren liegt ein veraltetes Bild vom Rechnen als bloße Anwendung bestimmter Algorithmen zugrunde.
- In dem Verfahren können arithmetische Defizite durch die Miteinberechnung anderer Untersuchungsbereiche kompensiert werden.
- Das Verfahren konzentriert sich schwerpunktmäßig auf die Feststellung neuropsychologischer oder kognitiver Ursachen der Rechenschwäche.
- Das Verfahren überprüft nicht, ob die Anwendung von mathematischem Wissen und Können in Sachsituationen gelingt.
- Die Denk- und Lösungswege der Kinder finden in dem Verfahren keine Beachtung.

5.1.2 Nutzen der Überprüfung domänenübergreifender Fähigkeiten

Der „*S-3-Leitlinie*“ zufolge werden bei einer Rechenstörung die Minderleistungen im Bereich der Mathematik in der Regel begleitet durch Minderleistungen im Bereich des visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisses und/oder durch Minderleistungen im Bereich der Exekutiven Funktionen (Inhibition) (vgl. S-3-Leitlinie S.15f.).

Menschen mit Rechenstörung weisen demzufolge Schwierigkeiten auf, räumliche und visuelle Informationen kurzzeitig zu speichern und ablenkende Reize zu unterdrücken um Aufgaben zügig zu bearbeiten (vgl. Haberstroh 2020, 106).
Aus diesem Grund sollten bei der Diagnostik, so die „*S3-Leitlinienempfehlung*“, neben der Mathematikleistung, auch die Leistungen im Bereich des visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisses und im Bereich der exekutiven Funktionen (Inhibition) erfasst werden.
Beide in meiner Feldstudie verwendeten normstichprobenorientierte Verfahren, erheben den Anspruch, auch visuell-räumliche Kompetenzen zu überprüfen, wobei sich nur der „*CODY-M“* durch den Untertest „Matrixspanne“ gezielt auf das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis konzentriert.
Der „*HRT“* stellt visuell-räumliche Kompetenzen im Allgemeinen mittels der Untertests „Längenschätzen“ und „dreidimensionale Würfelgebäude“ fest, wobei die Untertests zu grundlegenden numerischen Kenntnissen und zum logischen Denken mit in die räumlich-visuelle Skala gerechnet werden.
Die bei Nora im „*CODY-M“* festgestellten leichten Schwierigkeiten im visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnis stehen in einem gewissen Gegensatz zu den bei Nora im „*HRT“* diagnostizierten, gut durchschnittlichen bis tendenziell stark entwickelten Fähigkeiten im visuell-räumlichen Bereich. Hätte Nora in nicht räumlich-visuellen Aufgaben zum Arbeitsgedächtnis ebenfalls Schwierigkeiten gehabt? Kann man ihre schwächeren Ergebnisse in diesem Untertest als visuell-räumliches Defizit beurteilen?
Festzuhalten bleibt, dass die beiden standardisierten Tests hinsichtlich der räumlich-visuellen Kompetenzeinschätzung bei Nora zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen kommen.

Die Fähigkeit zur Unterdrückung ablenkender Reize (Inhibition) wird in keinem der drei Diagnoseverfahren explizit überprüft.
Da sich die Minderleistung in diesem Bereich, laut der „*S3-Leitlinie*“, vor allem in der für das Lösen von Aufgaben benötigten Zeit zeige, könnten die im „*HRT“* und „*CODY-M“* verwendeten Aufgaben mit Speedkomponente, bei denen die Lösungsgeschwindigkeit im Vordergrund steht, indirekt die Inhibition überprüfen. Allerdings begründen beide Verfahren die Speedkomponente mit der Überprüfung

sicher beherrschter Lösungsstrategien und einem hohen Grad an Automatisierung (vgl. Kapitel 4.2).
Auch kann man keinem der beiden Auswertungsraster eine gezielte Beurteilung der Inhibition entnehmen.

Der lösungsprozessanalytische „*JRT*“ konzentriert sich allein auf arithmetische Fähigkeiten und erhebt keine Informationen zu domänenübergreifenden Bereichen.

Die Betrachtung der Ergebnisse der Kinder in domänenübergreifenden Untertests wie denen zum logischen Denken, räumlich-visuellen Fähigkeiten und dem Arbeitsgedächtnis ist durchaus interessant, geben sie doch eine Zusatzinformation zu individuellen Stärken und Schwächen und können ebenso wie der neuropsychologische Blick auf basisnumerische Fähigkeiten, unter Umständen Hinweise auf Ursachenfaktoren der Schwierigkeiten liefern. Um Kinder auf ihrem Weg des Mathematiklernens, auf dem sie mit ihren Mitteln und in ihrem Tempo vorankommen können, bestmöglich zu begleiten, kann die Kenntnis von „schwachen und starken“ neuropsychologische Funktionen oder domänübergreifenden Fähigkeiten des Kindes hilfreich sein. So kann man versuchen, dieses Wissen in die methodischen Überlegungen einfließen zu lassen, indem man zum Beispiel überlegt, wie das Kind seine Stärken zur Kompensation seiner Schwächen einsetzen kann (vgl. Gerster & Schultz 2004, 228f.).

Zentral für eine optimale Unterstützung bleibt für mich jedoch die möglichst differenzierte Kenntnis des domänenspezifisch mathematischen, insbesondere arithmetischen Kompetenzstand des Kindes.
Auch die Leitlinie betont in diesem Zusammenhang, dass das Kernelement einer Rechenstörung Probleme in der Mathematik seien und die Behandlung an den in der Diagnostik erkannten Problemschwerpunkten im mathematischen Bereich anzusetzen sind (vgl. S3-Leitlinie, 29). Bezüglich der individuellen mathematischen Problemschwerpunkte, sowie dem individuellen arithmetischen Kompetenzstand, liefert die Lösungsprozessanalyse mit dem „*JRT*“ deutlich differenziertere Informationen, als die beiden normstichprobenorientierten Verfahren es tun.

*5.1.3 Chancen und Gefahren der Lösungsprozessanalyse mit dem „*JRT“

Außer Frage steht, dass hinsichtlich der Zielsetzung mathematische Lern- und Wissensstände eines Kindes möglichst differenziert zu ermitteln, um anschließende konkrete Fördermaßnahmen ableiten zu können, die Lösungsprozessanalyse mit dem „*JRT“* gegenüber normstichprobenorientierten Verfahren deutlich im Vorteil ist. Die differenzierten Eindrücke, die der „*JRT“* vom mathematischen Denken der untersuchten Kinder, ihren Vorstellungen zu Zahlen und zum Rechen und ihrem arithmetischen Wissen, Halbwissen und Ersatzstrategien vermitteln konnte, überzeugen.

Ergänzend zu den in Kapitel 4.2.3 formulierten eigenen Anmerkungen zum „*Jenaer Rechentest*“ möchte ich an dieser Stelle allerdings auch auf mögliche Gefahren, die sich eventuell bei der Diagnostik mit dem „*JRT“* ergeben könnten, eingehen:

- *Hierarchische Sichtweise der Mathematik verhindert Aktivität beim Kind*
  Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen kann und sollte einem konstruktivistischem Lernansatz zufolge, von Kindern selbst aktiv und interaktiv erforscht und entdeckt werden können (vgl. Kapitel 1.1).
  Eine sehr einseitige Vorstellung eines streng hierarchischen Aufbaus mathematischer Inhalte, birgt unter Umständen die Gefahr, dass Kindern mit Schwierigkeiten in Mathematik, offene, selbstentdeckende Lernangebote verwehrt werden.
  Eine Diagnostik, die den hierarchischen Aufbau arithmetischer Inhalte dazu nutzt genau hinzusehen, welche Inhalte ein Kind bereits vollständig verstanden hat und welche noch nicht, erachte ich hingegen als äußerst hilfreich um der anschließenden Förderung eine klare Struktur zu geben und um zu verhindern, dass gerade auch offene und entdeckende Lernangebote zum Selbstzweck oder inhaltlichen Willkür führen. Der hierarchische Blick der Diagnostik mit dem „*JRT“* bietet somit die Chance, eine anschließende individualisierte Einzelförderung auf eine inhaltlich solide Basis zu stellen, auf deren Grundlage dem Kind die Möglichkeit gegeben werden kann, mathematische Strukturen zu erforschen und Zusammenhänge eigenständig entdecken zu können.
- *Subjektivität der Testleitung*
  Die beim „*JRT“* verwendete Interviewtechnik des lauten Denkens, bei der der Proband dazu aufgefordert wird, seine mit der Lösung der Aufgabe zusammenhängenden Gedanken fortlaufend zu schildern (vgl. Kwapis u.a. 2018, 22), birgt die Gefahr der subjektiven Interpretation durch die Testleitung.

Besonders bei richtigen Ergebnissen ist man als Testleitung dazu geneigt, nicht näher nach dem Lösungsweg des Kindes zu fragen, in der fälschlichen Annahme, das richtige Ergebnis sei Beweis genug für ein dahinter liegendes Verständnis.

Besonders wichtig bei der Interviewführung ist das individuelle flexible Eingehen der Testleitung auf das Kind. Ziel sollte es immer sein, die individuellen Denkprozessen des Kindes zu verstehen (vgl. Kapitel 3.3.1). Dies kann beispielsweise durch Nachfragen, Anbieten von Wahlmöglichkeiten, Anpassung der eigenen Sprache und der Ermöglichung der Darstellung der Rechen- und Denkwege mit Materialhandlung geschehen. Im Manual des „*JRT*“ sind im Abschnitt zu den einzelnen Aufgaben beispielhafte Anregungen für das gezielte Nachfragen enthalten. Da der diagnostische Dialog in der Praxis immer individuell abläuft, können keine Musterdialoge vorgegeben werden (vgl. Kwapis u.a. 2018, 22).

Diese qualitativ-interpretierende Arbeit der Testleitung ist Kernelement einer Lösungsprozessanalyse und erfordert Einfühlungsvermögen und solide sowohl mathematische als auch didaktische Kenntnisse. Man sollte sich als Testleitung immer der potentiellen subjektiven Interpretation bewusst sein und aktiv durch Offenheit und kontinuierliches Nachfragen gegensteuern.

- *Sprachliche Überforderung*

  Bezüglich des intensiven Gebrauches von Sprache im „*JRT*“ stand vorab die Frage im Raum, ob die arithmetischen Fähigkeiten eines Kindes bei der Lösungsprozessanalyse aufgrund des Unvermögens, die eigenen Denkweisen sprachlich auszudrücken, unterschätzt werden könnten. Vorstellbar wäre es hierbei auch, dass ein Schüler durchaus über einen mathematischen Begriff – beispielsweise den des Stellenwertes - verfügt, sich aber nicht an die im Unterricht oder von der Testleitung verwendeten Bezeichnungen erinnert oder fehlerhafte Begriffe (für Bündeln, Einer, Zehner…) verwendet (vgl. Lorenz 2010, 41).

  Jona zeigte bei der Diagnostik mit dem „*JRT*“ große Schwierigkeiten im sprachlichen Ausdruck und es erforderte ein besonders intensives flexibles Eingehen auf ihre für mich zunächst schwer verständlichen Erklärungen. Durch genaues Nachfragen, der sprachlichen Anpassung und wiederholtem Auffordern ihr Denken auf verschiedene Weise zu beschreiben, konnte man Jonas Denkprozesse beim Lösen von Aufgaben besser verstehen. Es wurde hierbei deutlich, dass Jonas´ teilweise schwer verständliche Erklärungen nicht allein auf dem Fehlen sprachlicher Ausdrucksmittel fußten, sondern oft darauf beruhten, dass ihr Vorgehen beim Lösen von Aufgaben noch auf keiner Einsicht in die zugrundeliegende Sachlogik basierte

(vgl. beispielsweise Jonas Erklärung zur Operationslogik von Subtraktion und Multiplikation, S. 96).

Der sprachlichen Wiedergabe eines Rechenweges muss ein Prozess der Bewusstmachung des eigenen Denkens vorausgehen, den „*Selter*“ als wichtigen Schritt im Erkenntnisprozess bezeichnet (vgl. Selter 1995, 115 ff.) Diese Bewusstmachung war bei Jona oft noch nicht erkennbar.

Jonas Schwierigkeiten zum sprachlichen Ausdruck in mathematischen Kontexten, die nicht per se auf mangelnde Deutschkenntnisse zurückzuführen waren, lassen sich demnach nicht vollständig von ihrem Verständnis dieser Inhalte trennen.

Wie von Lorenz beschrieben (vgl. Kapitel 3.3.2), findet die Wissensvermittlung von Mathematik in weiten Zügen über Sprache statt, wobei die Sprachkompetenz im Mathematikunterricht oft sogar in höherem Maße gefordert ist als im muttersprachlichen Unterricht.

Als allgemeine mathematische Kompetenzen werden in den aktuellen Bildungsstandards folgende fünf Kompetenzen benannt (vgl. Grassmann u.a. 2014, 15ff.):

- Argumentieren
- Kommunizieren
- Modellieren
- Problemlösen
- Darstellen von Mathematik

Sprachliche Fähigkeiten sind mit den meisten dieser Kompetenzen untrennbar verbunden. Für ein erfolgreiches mathematisches Lernen muss eine Förderung bei Jona demnach in jedem Fall auch den sprachlichen Ausdruck in mathematischen Kontexten beinhalten. Beispielsweise sollte Jona immer wieder zum intermodalen Transfer in Sachkontexten und zur Bedeutungskonstruktion mathematischer Inhalte herausgefordert werden. Das Aufdecken von Jonas Defiziten im sprachlichen Ausdruck, die nur im „*JRT*“ ersichtlich wurden, stellt somit ein wichtiges Element der mathematischen Diagnostik dar.

Diese Art der sprachlichen Schwierigkeiten möchte ich deutlich abgrenzen von den Schwierigkeiten von Kindern mit sehr geringen Deutschkenntnissen, die jedoch über ein solides arithmetisches Wissen verfügen. Diese Kinder benötigen zunächst eine grundsätzliche Deutschförderung. Um diese sprachlichen Schwierigkeiten voneinander unterscheiden zu können, gilt es bei der mathematischen Diagnostik den Kindern andere Möglichkeiten (zum Beispiel Materialhandlungen, die Verwendung ihrer Muttersprache, Bilder u.ä.) zur Verfügung zu stellen, um so Denk- und Lösungsprozesse sichtbar zu machen.

5.1.4 Chancen und Gefahren der normstichprobenorientierten Verfahren

Normstichprobenorientierte Verfahren haben meist, wie bereits erläutert, weniger die sich anschließende individuelle Förderung im Blick. Diese Diagnostik möchte die individuelle Leistungsfähigkeit erheben und eventuelle Normabweichungen ermitteln, meist mit dem Ziel der Zuteilung von Ressourcen und Zuständigkeiten. Hier geht es in Schulen beispielsweise darum, welche Kinder an der wöchentlich zur Verfügung stehenden Förderstunde teilnehmen sollten oder in psychologischen Praxen darum, ob ein Kind die Voraussetzung der Rechenstörung nach „*ICD-10*“ von fachlicher Seite her erfüllt und demnach – im Falle, dass auch erforderliche außermathematische Voraussetzungen vorliegen - Anspruch auf eine finanzielle Unterstützung der Therapie durch das Jugendamt hat.

Im schulischen Kontext liegen die Vorteile der schnelleren Durchführung bei normstichprobenorientierten Verfahren auch in Gruppen auf der Hand.

Auch die kaum notwendige Einarbeitung, sowie die nicht notwendigen fachdidaktischen Vorkenntnisse zur Durchführung, machen die Verfahren für psychologisch/medizinische Einrichtungen attraktiv.

Unabhängig von der unterschiedlichen Zielsetzung von Diagnoseverfahren im Kontext der Rechenschwäche – anschließende Förderung oder Ressourcenverteilung - sollte jede Art der Diagnostik im Blick behalten, was diese bei den Kindern bewirken kann. Der verantwortungsvolle Umgang mit den zu diagnostizierenden Menschen und den für sie möglichen Konsequenzen ist ein zentrales Qualitätsmerkmal.

Was bedeutet also eine Testung mit dem „*HRT*“ oder dem „*CODY-M*“ unter Umständen für Kinder?

Auch an dieser Stelle sollen <u>mögliche Gefahren,</u> die sich bei der Diagnostik mit normstichprobenorientierten Verfahren wie dem „*HRT*“ oder dem „*CODY-M*“ ergeben könnten, zusammengefasst werden:

- *Rechenschwächen werden nicht sicher festgestellt*
  In Kapitel 5.1.1 wurden bereits die Mängel hinsichtlich der sicheren Feststellung von Rechenschwäche durch normstichprobenorientierte Verfahren dargestellt. Kindern, die wie Nora und Julian (teilweise) durchs Diagnoseraster fallen, werden Ressourcen verwehrt, die sie dringend bräuchten. Den Weg in private Fördereinrichtungen und lerntherapeutische Praxen finden Kinder selten vor der 3. oder 4. Klasse, meist noch deutlich später, oft auf Anregung der Eltern und nach hohem

Leidensdruck. In den Fördereinrichtungen wird dann häufig festgestellt, dass es den Kindern an grundlegendem Verständnis zu Inhalten des ersten Schuljahres fehlt. Hätte man diese Verständnisschwierigkeiten, zum Beispiel durch eine Lösungsprozessanalyse, früher erkannt und entsprechende Fördermaßnahmen rechtzeitig in die Wege geleitet, hätte man ihnen und ihren Familien viel Leid und Kosten ersparen können.

In diesem Zusammenhang lassen sich bildungspolitische Themen, wie die Ressourcenknappheit und der Anspruch von Chancengleichheit im Bildungssystem nicht gänzlich ausblenden, können jedoch hier nicht eingehender reflektiert werden.

- *Ungeeignete Förderempfehlungen*

  Die in normstichprobenorientierten Verfahren festgestellten mathematischen Defizite beziehen sich meist wenig auf das zugrundeliegende Verständnis. Entsprechend können abgeleitete (Förder-) Empfehlungen an den Bedürfnissen der Kinder vorbeigehen. Dies möchte ich im Folgenden gerne am Beispiel „Julian“ darstellen: Durch intensives häusliches Training hat Julian Ersatzstrategien entwickelt, mit denen seine massiven Verständnisschwierigkeiten nicht sofort sichtbar, jedoch in keiner Weise weiterentwickelt werden. Weiteres automatisierendes Training würde demnach nur Julians Ersatzstrategien weiter verfestigen und ihm einen verstehenden Umgang mit Zahlen auch in Zukunft verwehren. Ohne die Aufarbeitung der fehlenden Verständnisgrundlagen, ist anzunehmen, dass Julians weitere Schullaufbahn dadurch stark beeinträchtigt wird. Aussagen von Julian selbst, seinen Eltern und seiner Lehrerin legen nahe, dass Julian unter seinen Schwierigkeiten in Mathematik sehr leidet und dadurch in seiner gesellschaftlichen Teilhabe stark beeinträchtigt wird.

  Durch die Einschätzung der standardisierten Diagnostik, die zumindest im „*HRT*“ Julians massive Lücken im Zahlen- und Stellenwertverständnis nicht offenbaren, besteht die Gefahr, dass auf dieser Grundlage für eine Förderung weiterhin ein automatisierendes Training empfohlen wird. Dies könnte auf Julians mathematisch-inhaltliche, aber auch auf seine emotionale Entwicklung sehr negative Folgen haben. Schließlich hat Julian bereits jahrelang die Erfahrung gemacht, trotz größter Anstrengung beim Üben kaum Erfolg zu erzielen und damit „Verursacher“ für fast tägliche häusliche Konflikte zu sein.

- *Durchführung durch nicht ausreichend qualifizierte Testleitung*

  Dass eine mathematische Diagnostik „fachfremd“ durchgeführt wird, sollte in diesem Zusammenhang grundsätzlich infrage gestellt werden. Den scheinbaren

Vorteil, dass ein Verfahren ohne Einarbeitung oder spezifisch mathematikdidaktische Vorkenntnisse durchgeführt werden kann, ist kritisch zu hinterfragen. Es stellt hinsichtlich der inhaltlichen Qualität eine große Gefahr dar, wenn Ergebnisse nicht mit Sachverstand interpretiert werden können.
Besonders der „*CODY-M*“ vermittelt durch seine computergestützte Durchführung, Auswertung und anschließenden Förderung den Eindruck jeder könne so ganz objektiv den Grad mathematischer Defizite „messen“ und eine anschließende Förderung einleiten. Dass es sich bei diesen „Messobjekten“ um Individuen mit ganz eigenen Bedingungsfaktoren handelt, für die es kein einheitliches objektives Vorgehen geben kann, gerät hier aus dem Blick. Lorenz fasst diese Problematik folgendermaßen zusammen:
„Es lassen sich keine schnellen Generalisierungen vornehmen und keine Klassifikationen angeben, die eine Einstufung des Ausmaßes individueller Lernschwierigkeiten erlauben und auf dieser Basis genormte Fördermaßnahmen ermöglichen. Dies mag bedauerlich sein, hebt aber die Möglichkeit hervor, im Sinne individueller Passung auf die Bedürfnisse (nicht Defizite!) des einzelnen Schülers methodisch zu reagieren.“ (Lorenz 2010, 39).

5.2 Rückbezug auf Einleitung und Eingangsthese

Wie bereits in der Einleitung angesprochen, wird den Funktionen einer mathematischen Bildung in unserem Schulsystem ein hoher Stellenwert beigemessen. Erworbene mathematische Kompetenzen sollen zur Beantwortung elementarer Fragen aus der Umwelt und aus der Mathematik befähigen und eine tragfähige Basis für erfolgreiches weiteres Lernen nicht nur im Fach Mathematik schaffen (vgl. Grassmann u.a. 2014, 3). Zugleich soll mathematische Kompetenz zur Förderung der Denk-, Gedächtnis- und Sprachentwicklung der Kinder, ihrer Neugier und ihrem Interesse an mathematischen Tätigkeiten und Fragestellungen, sowie der Förderung von Fantasie und der Kreativität, beitragen.
Ein Mathematikunterricht, der formale (geistesbildende, die Persönlichkeit formende) und materiale (auf die Bewältigung der „Rechenfälle des Lebens“ gerichtete) Bildungsaspekte vereint (vgl. Grassmann u.a. 2014, 2ff), versteht Mathematik als eine Wissenschaft der Muster und Strukturen, die alle Menschen in für sie bedeutsamen Situationen nutzen können und versteht Kinder als kompetente Akteure ihres eigenen Lernprozesses. Grassmann u.a. sagen hierzu:

> „*Gegenwärtig gewinnt der Mathematikunterricht seine Existenzberechtigung weniger denn je aus seinen stofflichen Inhalten, sondern vor allem aus den hier genannten Potenzen für die Entwicklung des Kindes*.“ (Grassmann u.a. 2014, 4).

Gerster und Schultz betonen, dass das aktiv konstruierende Kind mehr als die Summe der integrierten Sensomotorik und Gedächtnisfunktion sei. Im Mittelpunkt des mathematischen Lernprozesses stehe die Herausbildung von geistigen Begriffen oder Konzepten. Der Erwerb dieser Konzepte setze vielmehr voraus, dass der Lernende sie mittels eigener gedanklicher Aktivitäten und vor dem Hintergrund bereits bestehender Vorstellungen und Fähigkeiten selber „konstruiere“ (Gerster & Schultz 2004, 3f; Claus & Peter 2005, 12).
Ein Verständnis von mathematischer Kompetenz, die sich in erster Linie im Auswendiglernen fester Regeln und Abarbeiten von Algorithmen zeigt, wird einem Bildungsanspruch wie er von Grassmann u.a. oder Gerster und Schultz beschrieben wird nicht gerecht und ein in erster Linie darauf ausgerichteter Mathematikunterricht hätte meines Erachtens in dem Umfang, in dem er in Schulen erteilt wird, keine ausreichende Daseinsberechtigung.
Eine Diagnostik, die die gedanklichen Aktivitäten des Kindes weitestgehend ausblendet, kann meines Erachtens immer nur lückenhaft sein und nicht zum Kern der mathematischen Kompetenz, die auf den individuellen Denkprozessen des Kindes aufbaut, vordringen.

Meiner Ansicht nach, kann eine lösungsprozessanalytische Diagnostik hier etwas leisten, zu dem normstichprobenorientierte Diagnoseverfahren nicht in der Lage sind. Auf Chancen und Möglichkeiten der lösungsprozessorientierten Diagnostik, in Abgrenzung zur normstichprobenorientierten Diagnostik, wurde in den vorangehenden Kapiteln ausführlich eingegangen.
Zusätzliche Informationen aus Anamnese, klinischer Untersuchung und eventuell auch aus normstichprobenorientierten Tests bezüglich den Bedingungsfaktoren des einzelnen Kindes, können eine hilfreiche Ergänzung der lösungsprozessanalytischen Diagnostik darstellen.

5.3 Ausblick

Meiner Ansicht nach gilt es für einen professionellen, verantwortungsvollen Umgang mit Rechenschwächen in Zukunft Zuständigkeiten zu klären und die unterschiedlichen Arten der Professionalität gegenseitig anzuerkennen und zu nutzen.

Fachpersonal aus den Bereichen der Medizin, Psychologie und Psychiatrie sind Expertinnen und Experten für körperliche und seelische Gesundheit. Im Kontext der Rechenschwäche sollte dieses Experten- / Expertinnenwissen genutzt werden um entsprechende körperliche und seelische Einflussfaktoren auf die Rechenschwäche (wie zum Beispiel eingeschränkte Sinnesfunktionen, neurologische Defizite, spezifische Ängste und psychische Erkrankungen) zu identifizieren und Kinder dabei zu unterstützen mit diesen Einflussfaktoren bestmöglich umzugehen.
Mathematikdidaktische und -pädagogische Fachpersonen sind Expertinnen und Experten für den mathematischen Inhalt, sowie dessen didaktischer Vermittlung. Lerntherapeutinnen und -therapeuten verfügen darüber hinaus über differenziertes Experten- / Expertinnenwissen, bezogen auf abweichende Entwicklungen beim Rechenerwerb und Behandlungsmöglichkeiten von Rechenschwäche. Ihr Wissen sollte dafür genutzt werden, um den individuellen mathematischen Kompetenzstand – zum Beispiel mit Hilfe von lösungsprozessanalytischen Diagnoseverfahren - differenziert zu ermitteln und eine darauf aufbauende passgenaue Förderung in die Wege zu leiten.

Um zu verhindern, dass die unterschiedlichen Sicht- und Herangehensweisen an die Thematik von medizinisch-/psychologischer und fachdidaktisch/pädagogischer Seite zu Nachteilen für Kinder und Jugendliche mit Rechenschwäche führen, sollte der weitere interdisziplinäre und offene Austausch im Mittelpunkt stehen. Nur so können vorhandene Ressourcen zur Unterstützung von Kindern und Jugendlichen mit Rechenschwäche optimal genutzt werden.

Literaturverzeichnis

Barth, K. (2010): Früherkennung und Prävention schulischer Lernstörungen im Übergangsbereich Kindergarten – Grundschule. In: Lenart, F./ Holzer, N./ Schaupp, H. (Hg.): Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie – Erkennung, Prävention, Förderung (2003 – unveränderter Nachdruck 2010). Graz: Leykam Buchverlagsgesellschaft, S. 52-67.

Benz. C. / Grüßing, M./ Lorenz, J.H./ Reiss, K./ Selter, C./ Wollring, B. (2017): Frühe mathematische Bildung - Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar- und Primarbereich. Wissenschaftliche Untersuchungen zur Arbeit der Stiftung „Haus der kleinen Forscher". Band 8. Opladen, Berlin und Toronto: Verlag Barbara Budrich.
Verfügbar unter: https://www.haus-der-kleinen-forscher.de/fileadmin/Redaktion/4_Ueber_Uns/Evaluation/Band8_neu.pdf [letzter Aufruf: 20.03.2023]

Born, A. / Oehler, C. (2020): Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern – Ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten. 6. , erweiterte und überarbeitete Auflage. Stuttgart: Kohlhammer Verlag.

Cantlon J / Brannon E. / Carter E / Pelphrey K. (2006): Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-Old children. In: PLOS Biology. 4(5).
Verfügbar unter: https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0040125
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Claus, H. / Peter, J. (2005): Finger, Bilder, Rechnen – Förderung des Zahlverständnisses im Zahlenraum bis 10. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht GmbH & Co.

Dastjerdi, M./ Ozker, M./ Foster, B.L. / Rangarajan, V. / Parvizi, J. (2013): Numerical processing in the human parietal cortex during experimental and natural conditions. In: Nature Communications Band 4, verfügbar unter: https://doi.org/10.1038/ncomms3528
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Dehaene, S. (1999): Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können. Basel: Birkhäuser Verlag.

Ehlert, A./ Schroeders, U./ Fritz-Stratmann, A. (2012): Kritik am Diskrepanzkriterium in der Diagnostik von Legasthenie und Dyskalkulie. In: Lernen und Lernstörungen. Bern: Verlag Hans Huber, Hogrefe AG, S. 169-184.

Fritz, A./ Ricken, G. (2005): Früherkennung von Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In: Hasselhorn, M.; Marx, H.; Schneider, W. (Hg.): Diagnostik von Mathematikleistungen – Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik – Tests und Trends Neue Folge Band 4. Göttingen: Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG, S. 5-27.

Fritz, A / Ricken, G. (2008): Rechenschwäche. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Fuson, K. C. (1992): Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In: Bideau, J./ Meljac, C. / Fischer J.P. (Hg.): *Pathways to number: Children's developing numerical abilities*. Publishers Hillsdale, New Jersey, Hove and London: Lawrence Erlbaum Associates, S.127–149.

Gaidoschik, M., (2017): Rechenschwäche - Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. 10. Auflage. Hamburg: Persen.

Geary, D.C. / Bailes, D.H. / Hoard, M.K. (2009): Predicting mathematical achievement and mathematical learning disability with a simple screening tool: The number sets test. In: Journal of Psychoeducation Assessment, 27, Newbury Park: SAGE Publishing, S. 265-279.

Geiling, U. / Hartmann B. (2001): Zur Heterogenität des mathematischen Wissens bei Schulbeginn. In: Erziehung und Unterricht. 1-2, 151. Jahrgang, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, S. 51 - 61.

Gerster, H.-D./ Schultz, R. (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Pädagogische Hochschule Freiburg. Verfügbar unter:
https://phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/16/file/gerster.pdf
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Grassmann, M. / Eichler, K.-P./ Mirwald, / Nitsch, B. (2014): Mathematikunterricht 5 – Kompetent im Unterricht der Grundschule. Kaiser, A: / Miller, S. (Hg). 3. korrigierte und veränderte Auflage. Hohengehrten: Schneider Verlag.

Grebbe, U. / Richarz, T. (2018): Rechenschwäche im Brennpunkt. Früherkennung und Prävention in der gymnasialen Eingangsstufe. In: Kopf und Zahl, Journal des Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V. in Zusammenarbeit mit den Mathematischen Instituten zur Behandlung der Rechenschwäche, 29. Ausgabe, S.1-5.
Verfügbar unter: https://www.zahlbegriff.de/PDF/Kopf_und_Zahl_29.pdf
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Haberstroh, S. / Schulte-Körne, G. (2019): Klinische Leitlinie Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung. In: Deutsches Ärzteblatt | Jg. 116 | Heft 7 S. Bundesärztekammer (Arbeitsgemeinschaft der deutschen Ärztekammern) und Kassenärztliche Bundesvereinigung (Hg). Köln: Deutsche Ärzteverlag,107-113.
Verfügbar unter: https://www.aerzteblatt.de/pdf.asp?id=205460
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Haberstroh, S. (2020): Das kognitive Profil der Rechenstörung. Dissertation zum Erwerb des Doktorgrades der Humanbiologie an der Medizinischen Fakultät der Ludwig-Maximilians-Universität zu München.
Verfügbar unter: https://edoc.ub.uni-muenchen.de/25865/1/Haberstroh_Stefan.pdf
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Haffner, J. / Baro, K. / Parzer, P. / Resch, F. (2005): Heidelberger Rechentest-Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Hasemann, K. (2003): Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Hasenbein, K. (2004): Förderdiagnostik Mathematik. Aus Fehlern lernen: Förderdiagnostik 1. - 4. Schuljahr. Braunschweig: Verlag Moritz Diesterweg in Westermann Bildungsmedien.

Hoffkamp, A / Löhr, S. (2017): Wer kann was? Zahl- und Operationsverständnis testen. Ein Diagnosetest basierend auf dem Interview KIWIS. In: Mathematik lehren (Themenheft "Inklusion"), Heft 201, 2017. Hannover: Friedrich Verlag.

ICD 10: Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme (ICD), 10. Revision - Weltgesundheitsorganisation Verfügbar unter: (https://icdcode.info/deutsch/icd-10-gm/code-f81.2.html) [letzter Aufruf: 11.06.2023]

ICD 11: Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme, 11. Revision. Weltgesundheitsorganisation. Entwurfsfassung in Deutsch: https://www.bfarm.de/DE/Kodiersysteme/Klassifikationen/ICD/ICD-11/uebersetzung/_node.html;jsessionid=F885538B1B00EC8EEA258F39BE918787.intranet231) [letzter Aufruf: 11.06.2023]

Jacobs, C. / Petermann, F. (2012): Diagnostik von Rechenstörungen. Kompendien Psychologische Diagnostik Band 7. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Kaufmann, S. / Wessolowski S. (2019): Rechenstörungen – Diagnose und Förderbausteine. 7. Auflage. Hannover: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

Krajewski, K (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. In: Schriftenreihe Studien zur Kindheits- und Jugendforschung 29. Hamburg: Kovac.

Krajewski, K (2005): Früherkennung und Frühförderung von Risikokindern. In: Von Aster, M / Lorenz, J.H. (Hg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik; mit 9 Tabellen. Göttingen: Vandenhoeck & Rubrecht, S. 150-164.

Krajewski; K. / Schneider, W. (2006): Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53 (2006), 4. München: Reinhardt Verlag, S. 246-262.

Krajewski, K. / Grüssing, M./ Peter-Koop, A (2009): Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In: Heinze, A. / Grüssing, M. (Hg.): Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht. Münster: Waxmann, S. 17-34.

Krajewski, K. (2014): Förderung des Zahlverständnisses. In: Lauth, G.W. / Grünke, M. / Brunstein, J.C. (Hg.): Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage 2014. Göttingen: Hogrefe, S. 199-208.

Krinzinger, H. (2017): Entwicklung des Zahlenverständnisses aus neurokognitiver Sicht. In: Fritz, A. / Schmid, S. / Ricke, G. (Hg.): Handbuch Rechenschwäche. – Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 3. vollständig überarbeitete Auflage 2017. Weinheim Basel: Beltz Verlag.

Kuhn, J.-T./ Raddatz, J./ Holling, H./ Dobel, C. (2013): Empirische Arbeit Dyskalkulie vs. Rechenschwäche: Basisnumerische Verarbeitung in der Grundschule. In: Kaufmann, L. / Corvacho del Toro, I.: Lernen und Lernstörungen, 2 (4), Bern: Verlag Hans Huber, Hogrefe AG. S. 229 – 247.

Kuhn, J.-T. (2017): Rechenschwäche – eine interdisziplinäre Einführung. In: Fritz, A. / Schmid, S. / Ricke, G. (Hg.): Handbuch Rechenschwäche. – Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 3. vollständig überarbeitete Auflage 2017. Weinheim Basel: Beltz Verlag.

Kuhn, J.T. / Schwenk, C. / Raddatz, J. / Dobel, C. / Holling, H. (2019): CODY-M 2-4 CODY-Mathetest für die 2.-4. Klasse – Manual, 2. Auflage. Düsseldorf: Kaasa health GmbH.

Kwapis, J. (2012): Zählen ist nicht rechnen Oder: Warum zählen Kinder anstatt zu rechnen? In: Wege zum Rechnen / Sache – Wort – Zahl, Heft 129/40. Jahrgang 2012, S. 27-36. Verfügbar unter: https://www.ztr-rechenschwaeche.de/wp-content/uploads/2021/10/Artikel_2012_06_18_mit_Bildern.pdf [letzter Aufruf: 11.06.2023]

Kwapis, J. / Meyerhöfer, W. / Steffen, O / Grütte, D. (2018): Manual zum Jenaer Rechentest für die Klaasen 1 bis 4. Münster: WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien.

Lambert, K. (2015): Rechenschwäche – Grundlagen, Diagnostik und Förderung. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Landerl, K. / Vogel, S. / Kaufmann, L. (2017): Dyskalkulie. 3. erweiterte und überarbeitete Auflage. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Lee Hülswitt, K. (2007): Frühe Wege zur Mathematik – Mathematik erfinden. In: Schäfer, G. E. (Hg.): Bildung beginnt mit der Geburt – Ein offener Bildungsplan für Kindertageseinrichtungen in Nordrhein-Westfalen. 2. Auflage. Berlin u.a.: Cornelsen Verlag. S. 154-157.

Lenart, F. (2010): Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie: ein Problem im Spannungsfeld zwischen Pathologisierung und Verdrängung. In: Lenart, F. / Holzer, N. / Schaupp, H. (Hg.): Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie – Erkennung, Prävention, Förderung. Graz: Leykam Buchverlag.

Lorenz, J.H. / Radatz, H. (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel.

Lorenz, J.H. (1997): Kinder entdecken die Mathematik. Braunschweig: Westermann Verlag.

Lorenz, J.H. (1998): Das arithmetische Denken von Grundschulkindern. In: Peter-Koop, A. (Hg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht – Festschrift für Peter Sorger. Offenburg: Mildenberger Verlag, S. 59-80.

Lorenz, J.H. (2003): Lernschwache Rechner fördern. Berlin: Cornelsen Verlag.

Lorenz, J. H. (2005): Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. In: Hasselhorn, M. / Marx, H. / Schneider, W. (Hg.): Diagnostik von Mathematikleistungen - Tests und Trends, Neue Folge Bd. 4. Göttingen: Hogrefe. S. 29-48.

Lorenz, J.H. (2010): Kognitive Faktoren, deren Störung den Erwerb mathematischer Inhalte erschwert. In: Lenart, F./ Holzer, N./ Schaupp, H. (Hg.): Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie – Erkennung, Prävention, Förderung. 2003 – unveränderter Nachdruck 2010. Graz: Leykam Buchverlagsgesellschaft, S. 39-46.

Lorenz, J.H. (2013): Der Hamburger Rechentest 1-4 (HaReT1-4). In: Hasselhorn, M / Heinze, A / Schneider, W. / Trautwein, U. (Hg.): Diagnostik mathematischer Kompetenz. Tests und Trends N.F. Band 11 – Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Lorenz, J.H. (2015): Kinder begreifen Mathematik – Frühe mathematische Bildung und Förderung. 2. Auflage. Stuttgart: Kohlhammer Verlag.

Meyerhöfer, W. (2011): Screening von Erstklässlern mit dem Jenaer Rechentest – Empirische Erschließungen. [4S.]
Verfügbar unter:
http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/bzmu2011/_BzMU11_2_Einzelbeitraege/BzMU11_MEYERHOEFER_JRTScreenig.pdf [letzter Aufruf: 01.05.2023]

Müller, G. / Wittmann, E.Ch. (2011): Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In: Walter, G. / Heuvel-Panhuizen, M. / Granzer, D. / Köller, O.: Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. 5.Auflage S. 42-65. Berlin: Cornelsen-Verlag.

Peucker, S. / Weißhaupt, S. (2017): Entwicklung frühen numerischen Wissens. In: Fritz, A. / Schmid, S. / Ricke, G. (Hg.): Handbuch Rechenschwäche. –

Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie, 3. vollständig überarbeitete Auflage 2017. Weinheim Basel: Beltz Verlag.

Rathgeb-Schnierer, E. / Rechtsteiner, C. (2018): Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum Verlag.

Ricken, G / Fritz, A. / Balzer, L. (2011): Mathematik und Rechnen - Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D) – ein Beispiel für einen niveauorientierten Ansatz. In: Empirische Sonderpädagogik, 2011, Nr. 3, S. 256-271.

S3-Leitlinie: Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung https://www.awmf.org/uploads/tx_szleitlinien/028-046l_S3_Rechenst%C3%B6rung-2018-03_1.pdf) (Arbeitsgemeinschaft der /Wissenschaftlichen Medizinischen Fachgesellschaften [AWMF] 028-046).20. [letzter Aufruf: 11.06.2023]

Schardt, K. (2009): Dyskalkulie und Förderdiagnostik (Schriften zur Entwicklungspsychologie. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Schöniger, J. (1989): Die Arithmasthenie (Rechenschwäche) - ein unbekanntes Problem. Auch wenn sie vielen bekannt ist. In: Zentralblatt für Mathematikdidaktik. (3). Heidelberg: Springer Verlag, S. 94-100.

Schulz, A. (1995): Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule, 3. Auflage. Berlin: Paetec.

Selter, C., (1995): Entwicklung von Bewußtheit – eine zentrale Aufgabe der Grundschullehrerbildung. In: Journal für Mathematikdidaktik, 16 (1-2). Heidelberg: Springer-Verlag, S. 115-144.

Speck-Hamdan, A. (Hg, Autor) / Faust-Siehl, G. (2001): Schulanfang ohne Umwege (Beiträge zur Reform der Grundschule. Sonderreihe) Verlag: Grundschulverband - Arbeitskreis Grundschule.

Speck-Hamdan, A. (2012): Individuelles Lernen in der Schulanfangsphase. Fachtag Schulanfangsphase. Berlin, 24.9.2012 - Ludwig-Maximilians-Universität München. https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/schule/grundschulportal/tagungen/fachtag_schulanfangsphase/Individuelle_Foerderung_Speck-Hamdan.pdf [letzter Aufruf: 11.06.2023]

Spiegel, H. / Selter C. (2007): Kinder & Mathematik – Was Erwachsene wissen sollten. 4. Auflage. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

Steinbring, H. (1994): Die Verwendung strukturierter Diagramme im Arithmetikunterricht der Grundschule. Zum Unterschied zwischen empirischer und

theoretischer Mehrdeutigkeit mathematischer Zeichen. In: Mathematische Unterrichtspraxis, (4), S. 7 – 19.

Steiner, G. (2007): Lernen: 20 Szenarien aus dem Alltag. 4. unveränderte Auflage. Mannheim: Huber Verlag GmbH & Co. KG.

Thiel, O. (2001): Rechenschwäche und Basisfunktionen. Wissenschaftliche Analyse empirischer Untersuchungen zu Zusammenhängen zwischen Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht und basalen Fähigkeiten des Menschen. Volxheim: Resi-Verlag.

Ufholz, B. (2018): Die Rechenschwäche (Dyskalkulie) findet mehr Beachtung. In: Kopf und Zahl – Journal des Vereins für Lern- und Dyskalkulietherapie e.V. 29. Ausgabe 2018. München. S. 6-7.

Von Aster, M. (2003). Verstehen wie sie rechnen. In: Pädagogik, 55 (4), Weinheim: Belz-Verlag, S. 36-39. Verfügbar unter: https://docplayer.org/43651818-Verstehen-wie-sie-rechnen.html
[letzter Aufruf: 11.06.2023]

Von Aster (2013): Wie kommen Zahlen in den Kopf und was kann sie daran hindern? Ein Modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In: Von Aster, M / Lorenz J.H. (Hg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, S. 15-38.

Weißhaupt, S. / Peucker, S. / Wirtz, M. (2006): Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53 (2006) 4, München & Basel: Reinhardt Verlag, S. 236-245.

Wittmann, E. Ch. (2005): Eine Leitlinie für die Unterrichtsentwicklung vom Fach aus: (Elementar-) Mathematik als Wissenschaft von Mustern. In: Der Mathematikunterricht (MU), Jahrgang 51, 2005, Heft 2/3: Mathematikunterricht auf dem Prüfstand, S. 5–22.

Zimmermann, K. R. (2014): Rechenschwierigkeiten erkennen und bewältigen. Den Erwerb mathematischer Kompetenz erleichtern. Weinheim: Beltz-Verlag.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Verschiedene Repräsentationen einer Subtraktionsaufgabe (Gerster & Schultz 2004, 352)

Abb. 2: Operationsverständnis nach Bönig (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner 2018, 99)

Abb. 3: Triple-Code-Modell nach Dehaene 1992 (Von Aster 2013, 20)

Abb. 4: Vier-Stufen-Modell der Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen (Von Aster 2013, 21)

Abb. 5: Kausalmodell zu den Einflussfaktoren für die Entwicklung der Rechenleistungen nach Morthon & Frith 2004 (Landerl u.a. 2017, 150)

Abb. 6: Faktoren die zu einer Rechenschwäche führen können (Gaidoschik 2017, 15)

Abb. 7: Mögliche Ursachen einer Dyskalkulie nach Jacobs & Petermann 2007 (Lambert 2015, 73)

Abb. 8: Ergebnisprofil Julian – Heidelberger Rechentest

Abb. 9: Ergebnisrückmeldung Julian – Cody-M Rechentest 2-4

Abb. 10: Ergebnisprotokoll Julian – Jenaer Rechentest 3

Abb. 11: Julians verwendete Ersatzstrategien – Jenaer Rechentest 3

Abb. 12: Julians Schreibversuche der Zahl 160

Abb. 13: Ergebnisprofil Nora – Heidelberger Rechentest

Abb. 14: Ergebnisrückmeldung Nora – Cody-M Rechentest 2-4

Abb. 15: Ergebnisprotokoll Nora – Jenaer Rechentest 3

Abb. 16: Nora verwendete Ersatzstrategien – Jenaer Rechentest 3

Abb. 17: Noras Lösungsansatz zur Sachaufgabe Geld – Jenaer Rechentest 3

Abb. 18: Ergebnisprofil Jona – Heidelberger Rechentest

Abb. 19: Ergebnisrückmeldung Jona – Cody-M Rechentest 2-4

Abb. 20: Ergebnisprotokoll Jona – Jenaer Rechentest 2

Abb. 21: Jonas verwendete Ersatzstrategien – Jenaer Rechentest 2

Abb. 22: Zusammenfassende Tabelle der Diagnoseergebnisse von Julian

Abb. 23: Zusammenfassende Tabelle der Diagnoseergebnisse von Nora

Abb. 24: Zusammenfassende Tabelle der Diagnoseergebnisse von Jona

Anhang

ANHANG A:

FRAGEBÖGEN UND TESTPROTOKOLL DES JRT VON JULIAN…… 138

ANHANG B:

FRAGEBÖGEN UND TESTPROTOKOLL DES JRT VON NORA……157

ANHANG C:

FRAGEBÖGEN UND TESTPROTOKOLL DES JRT VON JONA…… 176

Anhang A: Fragebögen und Testprotokoll des JRT von Julian

Elternfragebogen Datum: 10.11.2022

Name des Kindes: JULIAN WEIß Geburtsdatum: 23.06.2013

Klasse: 4b Wiederholung? O ja, Klasse ___ ☒ nein

Kreuzen Sie bitte an, ob Sie die Aussagen für sehr zutreffend (++), eher zutreffend (+), eher weniger zutreffend (-) oder für gar nicht zutreffend (--) halten.

	+ +	+	-	- -
Mein Kind geht gerne in die Schule.		X		
Mein Kind hat ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.	X			
Mein Kind hat Schwierigkeiten in Mathematik.		X		
Mein Kind mag Mathematik.			X	
Mein Kind hat Angst vor Klassenarbeiten in Mathematik.			X	
Mein Kind hat Angst im Unterricht Fehler zu machen.				
Mein Kind ist manchmal bedrückt wegen schlechter Leistungen in Mathematik.		X		
Mein Kind strengt sich sehr an in Mathematik.		X		
Mein Kind hat ein gutes Verhältnis zu der Mathe-Lehrkraft.	X			
Die Lehrkraft hilft meinem Kind, wenn es etwas nicht versteht.	X			
Mein Kind erhält zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.			X	
In der Schule erhält mein Kind zusätzliche Förderung.			X	
Ich übe zu Hause sehr viel mit meinem Kind.	X			
Ich weiß wie ich mein Kind in Mathematik unterstützen kann.	X			
Zuhause gibt es oft Streit wegen den Mathematik-Hausaufgaben.	X			
Ich finde es für die weitere Schullaufbahn wichtig, dass mein Kind in Mathematik gut ist.		X		
Ich finde es im Leben wichtig, in Mathematik gut zu sein.		X		

1

Kreuzen Sie bei den folgenden Sätzen bitte an, wie Sie ihr Kind **während der Schulzeiten** erleben:

	immer	meist	selten	nie
Mein Kind spielt nachmittags mit anderen Kindern.		X		
Meint Kind ist ausgeglichen.			X	
Mein Kind ist fröhlich.		X		
Mein Kind ist ordentlich (Hefte, Zimmer, Ranzen).		X		
Mein Kind ist an Neuem interessiert.		X		
Mein Kind bleibt ausdauernd an einer Sache beschäftigt.			X	
Mein Kind ist mit sich zufrieden.			X	
Hausaufgaben erledigt mein Kind schnell und selbstständig.				X
Über mein Kind mache ich mir Sorgen.		X		

Was macht Ihr Kind außerhalb der Schule besonders gern und/oder besonders gut?

Im Freien spielen, Fußball spielen (ohne Verein), klettern, Rad fahren, in der Natur spielen

Welche Stärken hat ihr Kind?

Willensstark, körperliche Koordination (hangeln, werfen, etc.)

Wann wurden für Sie Schwierigkeiten in Mathematik deutlich?

Seit Beginn der ersten Klasse.

Wie äußerten sich diese Schwierigkeiten?

geäußertes Desinteresse, Widerwille, Verständnisschwierigkeiten, Unselbständigkeit und Unsicherheit bei den Hausaufgaben

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

2

LehrerInnenfragebogen Datum: 23.11.22

Name des Kindes: Julian

Klasse: 4 Wiederholung? O ja, Klasse ___ X nein

Kreuzen Sie bitte an, ob Sie die Aussagen für sehr zutreffend (++), eher zutreffend (+), eher weniger zutreffend (-) oder für gar nicht zutreffend (--) halten.

	+ +	+	-	- -
Das Kind geht gerne in die Schule.		X		
Das Kind hat ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.	X			
Die Mathematik-Leistungen des Kindes sind im Verhältnis zur Klasse schwach.				X
Das Kind mag Mathematik.				X
Das Kind hat Angst vor Tests und Klassenarbeiten.			X	
Das Kind hat Angst im Unterricht Fehler zu machen.			X	
Das Kind ist manchmal bedrückt wegen der schlechten Leistungen in Mathematik.				X
Das Kind strengt sich sehr an in Mathematik.		X		
Das Kind hat ein gutes Verhältnis zu mir.	X			
Ich helfe dem Kind, wenn es etwas nicht versteht.	X			
Ich gebe den Eltern Tipps, wie sie ihrem Kind helfen können.		X		
Das Kind ist mit den Mathematik-Hausaufgaben oft überfordert.	X			
Das Kind erhält zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse. weniger		X		
In der Schule wird das Kind zusätzlich gefördert.				X
Zu Hause wird sehr viel mit dem Kind geübt.	X			
Ich finde es für die weitere Schullaufbahn wichtig, dass Kinder in Mathematik gut sind.	X			
Meiner Meinung nach hat das Kind eine Rechenschwäche.	X			

1

Kreuzen Sie bitte ganz spontan an, wie Sie das Kind einschätzen:

	immer	meist	selten	nie
Das Kind spielt nachmittags mit anderen Kindern.		X		
Das Kind ist ausgeglichen.			X	
Das Kind ist fröhlich.		X		
Das Kind ist ordentlich (Hefte, Ranzen...).		X		
Das Kind ist an Neuem interessiert.		X		
Das Kind bleibt ausdauernd an einer Sache beschäftigt.			X	
Das Kind ist mit sich zufrieden.			X	
Hausaufgaben erledigt das Kind schnell und selbstständig.				
Über das Kind mache ich mir Sorgen.		X		

Wissen Sie was das Kind außerhalb der Schule besonders gern und/oder besonders gut macht?

Natur → großes Interesse an Bienen und Tieren allgemein

Welche Stärken sehen Sie bei dem Kind?

sehr fleißig

Wann wurden für Sie Schwierigkeiten in Mathematik offensichtlich?

bereits Anfang Klasse 2

Wie äußerten sich diese Schwierigkeiten?

Verständnis des jeweiligen Zahlenraumes der Klassenstufe bereiteten ihm bereits in jedem Schuljahr große Probleme

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

2

Kinderfragebogen

(auszufüllen durch Erwachsenen nach Interview)

Name des Kindes: Julian Alter: _____

Klasse: 4 Wiederholung? O ja, Klasse __: ☒ nein

Sind die Aussagen sehr zutreffend (++), zutreffend (+), teilweise zutreffend (+-), weniger zutreffend (-) oder gar nicht zutreffend (--) ?

	++	+	+-	-	--
Ich gehe gerne in die Schule.		X			
Ich habe ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.	X				
Ich habe Schwierigkeiten in Mathematik.			X		
Ich mag Mathematik.			X		
Ich habe Angst vor Tests und Klassenarbeiten.		X			
Ich habe Angst im Unterricht Fehler zu machen.			X		
Ich bin manchmal bedrückt wegen der schlechten Leistungen in Mathematik.		X			
Ich strenge mich sehr an in Mathematik.	X				
Ich habe ein gutes Verhältnis zu der Mathe-Lehrkraft.		X			
Meine Lehrkraft hilft mir, wenn ich etwas nicht verstehe.		X			
Ich erhalte zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.					
In der Schule habe ich eine zusätzliche Förderung.				X	
Ich übe zu Hause sehr viel Mathematik.	X				
Zuhause gibt es oft Streit wegen den Matheamtik-Hausaufgaben		X			
Ich finde es wichtig, dass ich in der Schule in Mathematik gut bin.		X			
Ich finde Mathematik für das Leben wichtig.		X			

Was machst du außerhalb der Schule besonders gern und / oder besonders gut?

Draußen sein, mit Freunden spielen, Klettern

1

Dagmar Grütte, Jörg Kwapis, Wolfram Meyerhöfer, Olaf Steffen

JRT 3/2013

JENAER RECHENTEST 3

Name	Julian	ID-Nummer	
Geburtsdatum	23. Juni 2013 - 9 J.		
Geschlecht	~~w~~ männlich		
Klassenstufe	4		**Anwendungsbereich: Ende der Klasse 3 und Anfang der Klasse 4**
Schule	/		
Postleitzahl Ort	/		
Bundesland	/		
Testdatum	23.11.22	Testbeginn	
Tester	Claudia Richter	Testende	

Bitte halten Sie für den Test 20 Steckwürfel (im Folgenden Würfel genannt) bzw. 20 Gegenstände, die sich paarweise anordnen lassen, bereit.
Sie und der Proband benötigen je einen Stift.

Erfragen und notieren Sie immer den Lösungsweg.

Bitte kreuzen Sie in der Spalte *Beobachtungen* den Lösungsweg des Probanden an. Lösungswege, die dort nicht gelistet sind, notieren Sie bitte unter *zusätzliche Beobachtungen*. Nach Abschluss des Tests vermerken Sie auf den Seiten 23 bis 25 die ermittelte *dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen* und die *zahlenmathematischen Kompetenzen*.

Legende:

Grau hinterlegte Schrift	Übereinstimmung von Beobachtung und Bewertung der Kompetenzen
	Symbol für Vorbereitungen
	Symbol für Instruktionen
	Symbol für Arbeitsblätter

© Die Inhalte des Testes sind urheberrechtlich geschützt und dürfen weder im Ganzen noch in Teilen verändert oder ohne Zustimmung der Autoren veröffentlicht werden.
Eine Vervielfältigung ist nicht gestattet.

1 Mengen	A Zuordnung Anzahl – Zahlname

Legen Sie sechs Würfel in eine Reihe und in eine zweite Reihe vier Würfel. Ordnen Sie die Würfel wie folgt paarweise an:

□□□□□□ Proband
□□□□ Tester

Erklären Sie dem Probanden, welche Reihe seine Reihe ist und welche Reihe Ihre ist. Umrunden Sie dafür die jeweiligen Mengen mit dem Finger.
Bei Verzählfehlern fordern Sie den Probanden zum erneuten Zählen auf, bei erneutem Verzählfehler geben Sie die richtige Anzahl vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wie viele Würfel sind in meiner Reihe?		☒ simultane Mengenerfassung ☐ gezählt oder strukturierte Mengenerfassung (z. B. über 2er-Mengen)	Kardinales Erfassen einer veranschaulichten Menge gelingt:
Wie viele Würfel sind in deiner Reihe?		☒ gezählt oder strukturierte Mengenerfassung (z. B. über 2er- oder 3er-Mengen)	☒ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

1 Mengen		B Grobe Differenzbestimmung	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Sind deine sechs Würfel *mehr* oder *weniger* als meine vier Würfel?		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	Grobe Differenzbestimmung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☐ nein
1 Mengen		**C Exakte Differenzbestimmung**	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
***Wie viele* Würfel sind in deiner Reihe *mehr* als in meiner Reihe?**		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet einzeln bestimmt	Exakte Differenzbestimmung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☐ nein
Legen Sie an jede Reihe, an der gleichen Seite, für den Probanden deutlich sichtbar, jeweils drei Würfel an. Legen Sie die Würfel einzeln an. Wechseln Sie dabei die Reihen ab. Sagen Sie: „Ich habe in beiden Reihen gleich viele Würfel angelegt."			
Wie viele Würfel sind *jetzt* in deiner Reihe *mehr* als in meiner Reihe?		☐ richtige Antwort aus der Anschauung ☒ gezählt oder berechnet	Exakte Differenzbestimmung nach gleichmäßiger Anzahlveränderung gelingt aus der Anschauung: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Nehmen Sie von jeder Reihe, an der gleichen Seite, für den Probanden deutlich sichtbar, jeweils einen Würfel weg. Sagen Sie: „Ich habe in beiden Reihen einen Würfel weggenommen."			
Wie viele Würfel sind *jetzt* in meiner Reihe *weniger* als in deiner Reihe?		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	

Zusätzliche Beobachtungen:

3 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

2 Zahlen		A Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen	
Legen Sie fünf Würfel vor den Probanden Demonstrieren Sie dem Probanden am Beispiel von fünf Würfeln, dass sich die Zahl 5 in die Teilmengen 2 und 3 zerlegen lässt. Geben Sie die folgende Beschreibung: „Wir zerlegen jetzt Zahlen. Wie wir das machen, zeige ich dir mit fünf Würfeln, wir machen das aber nachher ohne Würfel. Wir haben insgesamt fünf. Davon bekomme ich zwei. Die anderen bekommst du. Wie viele bekommst du?" Begleiten Sie die Beschreibung mit einer entsprechenden Zerlegungshandlung. Erklären Sie weiter: „Jetzt machen wir das ohne Würfel."			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir haben insgesamt sieben. Davon bekomme ich vier. Wie viele bekommst du?		☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	Automatisiertes Wissen über kardinale Zahlbeziehungen bis zehn liegt vor [1]: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein
Wir haben insgesamt acht. Davon bekomme ich zwei. Wie viele bekommst du?		☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	
Wir haben insgesamt neun. Davon bekomme ich sechs. Wie viele bekommst du?		☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	

Zusätzliche Beobachtungen:

[1] Es gibt einzelne Probanden, die die meisten Aufgabensätze im Zahlbereich bis zehn begriffslos auswendig gelernt haben. Weitere Hinweise zur Beurteilung des kardinalen Zahlverständnisses erhalten Sie durch die Beobachtung der Lösungsstrategien in den Abschnitten 3, 4C und 4D.

4 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir haben insgesamt 19. Davon bekomme ich zwölf. Wie viele bekommst du?	7 19 − 10 − 2 (12)	☐ spontane, sichere Lösung ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	Verständnis von kardinalen Zahlbeziehungen bis 20 liegt vor: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein
Wir haben insgesamt 13. Davon bekomme ich acht. Wie viele bekommst du?	3 von	☒ abgeleitete Lösung mit Bezug auf zehn ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	
Wir haben insgesamt 13. Davon bekomme ich sieben. Wie viele bekommst du?		☒ abgeleitete Lösung mit Bezug auf zehn ☐ abgeleitete Lösung mit Bezug zur Voraufgabe ☐ Fasthalbierung/Fastverdopplung ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	

Zusätzliche Beobachtungen: Julian ergänzt nicht 12 + ☐ = 19, sondern rechnet schrittweise!

5 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

2 Zahlen	B Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit

Lesen Sie dem Probanden die Aufgabe laut, bei Bedarf mehrfach, vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
An einer Straße stehen 100 Bäume. Der zweite und der dreißigste Baum werden abgesägt. Wie viele Bäume bleiben noch stehen?	29 100 − 2 − 30 = 68	☐ richtige Antwort	Kardinale Wertgleichheit der Ordinalzahlen erfasst: ☐ ja ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

6 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

3 Zahlordnungen[2]	A Seriation der natürlichen Zahlen		
◂ Sagen Sie dem Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf."			
Aufgaben	**Antworten**	**Beobachtungen**	**Kompetenzbewertungen**
81 – 79 = 70 - 80 = 10 1 - 9 = 8 10 - 8 = 2	70 - 80 = 1...10 Dann hast du hier noch 8, nimmst du 10 weg und hast du 2	☐ spontane, sichere Lösung ☒ algorithmisches Vorgehen ☐ gezählt	Seriationslogik zur Differenzbestimmung genutzt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
800 – 798 = 2 700 - 800 = 100 100 - 90 = 10 10 - 8 = 2	Schrittweise	☐ spontane, sichere Lösung ☒ algorithmisches Vorgehen ☐ gezählt	

Zusätzliche Beobachtungen: • Juliane kehrt sprachlich immer wieder Subtrahend und Minuend um.

[2] Wenn der Proband mit den Aufgabenstellungen überfordert ist bzw. die Aufgaben nur zählend lösen kann, dann sollte der Test mit den Inhalten des JRT 2 ab Abschnitt 3 fortgesetzt werden.

7 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

3 Zahlordnungen	B Verständnis des dekadisches Bündelungssystems	
◂ Lesen Sie die Aufgaben laut vor.		
Aufgaben	**Antworten/Beobachtungen**	**Kompetenzbewertungen**
Aus wie vielen Einern besteht 400?	400	Wissen über die dekadische Bündelungsstruktur liegt vor: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
Du hast zwölf Zehner. Wie viele Hunderter kannst Du daraus bündeln?	120	
Wie viele Zehner sind in drei Hundertern gebündelt?	30	

3 Zahlordnungen	C Ableiten mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen		
◂ Lesen Sie die Aufgaben laut vor.			
Aufgaben	**Antworten**	**Beobachtungen**	**Kompetenzbewertungen**
Wie groß ist der Unterschied von 160 und 80?	160 ≠ 600	☐ sichere Lösung mit Bezug auf die dekadische Struktur ☐ schriftliches Vorgehen (notiert oder mental)	Stellen*wert*bezug erfolgt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wie groß ist der Unterschied von 10 und 1.000? Hilfe: 10 100	10	☐ sichere Lösung mit Bezug auf die dekadische Struktur ☐ schriftliches Vorgehen (notiert oder mental)	

Zusätzliche Beobachtungen: Juliane kann die Zahl 160 nicht richtig aufschreiben → 600
gibt an die Zahl habe 6 Hunderter → 6000ø → Hundert = 3 Nullen
1000 (100 / 160)

8 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

3 Zahlordnungen		D Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." Wenn der Proband die Aufgabe 6 + 17 falsch löst, geben Sie ihm bitte die richtige Lösung vor. Falls beim Lösen von 206 + 17 kein stellenwertbezogener Transfer um zweihundert erfolgt, gehen Sie zur nächsten Aufgabe über.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
6 + 17 = 23			Stellenwertbezogene Transfers durchgeführt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „Sechs plus 17 ist 23. Wie viel ist dann 206 plus 17?"			
206 + 17 = 2 17		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☒ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „206 plus 17 ist 223. Wie viel ist dann 206 plus 37?"			
206 + 37 =		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

9 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." Wenn der Proband die Aufgabe 391 – 4 falsch löst, geben Sie ihm bitte die richtige Lösung vor. Falls beim Lösen von 391 – 14 kein stellenwertbezogener Transfer um zehn erfolgt, gehen Sie zum nächsten Kapitel über.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
391 – 4 = 387	Von der 9 ein Zehner weg 80.., dann 7	Stellenweise	Stellenwertbezogene Transfers durchgeführt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „391 minus vier ist 387. Wie viel ist dann 391 minus 14?"			
391 – 14 = 377		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☒ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „391 minus 14 ist 377. Wie viel ist dann 391 minus 114?"			
391 – 114 =		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

10 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

4 Rechenoperationen	A Operationslogik der Addition	
Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe: „Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 2 + 4 = 6 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel." Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 2 + 4 = 6 passt?"		
Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 2 + 4 = 6 gemeint?	□□ □□□□ zusammen sind es sechs	Operationslogik der Addition verstanden: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein

4 Rechenoperationen	B Operationslogik der Subtraktion	
Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe: „Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 6 – 4 = 2 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel." Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 6 – 4 = 2 passt?"		
Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 6 – 4 = 2 gemeint?	□□□□□□ □□□□ □□ Auf Nachfrage: Du nimmst von der 6, 4 weg	Operationslogik der Subtraktion verstanden: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen: Symbolik dominiert über Handlungslogik!

11 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

4 Rechenoperationen		C Zusammenhang von Addition und Subtraktion	
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf."			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
14 + 19 = 14-19 5 23 + 33		☒ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ gezählt ☐ nicht dekadisch strukturiertes Vorgehen	Dekadische Struktur effektiv genutzt: ☒ ja ☐ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „14 plus 19 ist 33. Wie viel ist 33 minus 19?"			
33 – 19 = 23		☐ Lösung durch Operationsumkehrung ☐ gezählt ☒ algorithmisches Vorgehen	Operationsumkehrung erkannt: ☐ ja ☒ nein
70 – 24 = * 36 — 70-4=4 2. Schritt: 46		☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ gezählt ☐ nicht dekadisch strukturiertes Vorgehen	Dekadische Struktur effektiv genutzt: ☐ ja ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „70 minus 24 ist 46. Wie viel ist 24 plus 46?"			
24 + 46 = 70		☐ Lösung durch Operationsumkehrung ☐ gezählt ☒ algorithmisches Vorgehen	Operationsumkehrung erkannt: ☐ ja ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen: „20 - 70 = 5" Neckar-Effekt 1
14 - 19 = 5
~~Bei~~ Hört 24, denkt 42 → Akustisch präsentiert verbindet Julian mit Zahlwort nicht die richtige Zahl! Schriftlich präsentiert rechnet er ziffernweise!

12 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	D **Addition und Subtraktion, dekadisch strukturiertes Rechnen**

- Präsentieren Sie dem Probanden das Arbeitsblatt zum Kapitel 4 D
- Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben möglichst vorteilhaft im Kopf und trage die Lösungen in das Arbeitsblatt ein."

4 D

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
149 + 51 = 198	~~1 + 9 = 8~~ 4+5 = 9	☒ dekadisch strukturiertes Rechnen falsch ☐ Sonstiges: vertauscht +/-	H
187 – 89 = 88		☒ dekadisch strukturiertes Rechnen falsch ☐ Sonstiges:	Effektives Rechnen unter Nutzung von dekadischen Strukturen erfolgt: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
59 + 24 + 11 = 94		☒ Vorteilhafte Lösung (Addition bzw. Vertauschung der Subtrahenden) ☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ Sonstiges:	
83 – 17 – 23 = 43 60		☒ Vorteilhafte Lösung (Addition bzw. Vertauschung der Subtrahenden) ☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ Sonstiges:	

Zusätzliche Beobachtungen:

13 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	E **Operationslogik der Multiplikation**

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 3 • 4 = 12 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 3 • 4 = 12 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 3 • 4 = 12 gemeint?	0000 000 „Du nimmst die 4 dreimal" Dazwischen ist das Malzeichen" Nachhüpfen: 0000 0000 0000 000	Operationslogik der Multiplikation verstanden: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

14 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	F **Multiplikation, Faktorenzerlegung, Bezüge zur Addition und Subtraktion**

Präsentieren Sie dem Probanden das Arbeitsblatt zum Kapitel 4 F.
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf und trage die Lösungen in das Arbeitsblatt ein. Wir besprechen die Aufgaben gemeinsam nacheinander." — 4 F

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
10 • 12 = 10 · 10 = 100; 10 · 2; 4, 6, 8, 10	120	☐ Rückgriff auf die Zehnerpotenz; ☒ algorithmisches Vorgehen	Verzehnfachung des Produkts mit Bezug zu den Faktoren erfasst: ☒ ja ☐ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „10 mal 12 ist 120. Wie viel ist 11 mal 12?			Faktorenzerlegung und Bezug der Multiplikation zur Addition abgeleitet: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
11 • 12 = 10 · 10; 10 + 20; 130	130	☐ Zusammenhang von 10 · 12 + 1 · 12 wird erkannt; ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen oder korrigieren Sie: „11 mal 12 ist 132. Wie viel ist 11 mal 13?			
11 • 13 =		☐ Zusammenhang von 11 · 12 + 11 · 1 wird erkannt; ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „10 mal 12 ist 120. Wie viel ist 9 mal 12?			Faktorenzerlegung und Bezug der Multiplikation zur Subtraktion abgeleitet: ☐ ja ☐ nein
9 • 12 =		☐ Zusammenhang von 10 · 12 – 1 · 12 wird erkannt; ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

15 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	G **Operationslogik der Division**

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 12 : 3 = 4 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 12 : 3 = 4 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 12 : 3 = 4 gemeint?	000000000000 000 "Wie oft passen die drei in die 12 rein."	Operationslogik der Division verstanden: ☒ ja ☒ teilweise ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

16 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen		H Division, Bezug zur Multiplikation	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzen
Präsentieren Sie dem Probanden das Arbeitsblatt zum Kapitel 4 H Bitten Sie den Probanden: „Löse alle Aufgaben, möglichst im Kopf. Trage die fehlenden Zahlen auf dem Arbeitsblatt ein. Wir besprechen die Aufgaben gemeinsam nacheinander."			4 H
48 : 6 = 5·6 = 30, 36, 42, 48 = 7, 8		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☒ abgeleitete Lösung durch Multiplikation ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	Automatisiertes Reproduzieren der Division: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Welche Zahl geteilt durch sechs ist gleich sieben? 48		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ abgeleitete Lösung durch Multiplikation ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	
Wiederholen oder korrigieren Sie: „42 geteilt durch sechs ist sieben. Wie viel ist dann 84 geteilt durch sechs?"			
84 : 6 =		☐ Lösung erfolgt mit Bezug auf 42 : 6 = 7 ☐ Lösung erfolgt durch dekadische Zerlegung des Dividenden 60 : 6 + 24 : 6 ☐ algorithmisches Vorgehen)	Die Zerlegung des Dividenden erfolgt mit Bezug zum Divisor: ☐ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

17 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen		I Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen	
Präsentieren Sie dem Probanden Teil 1 des Arbeitsblattes zum Kapitel 4 I. Stellen Sie jeweils folgende Fragen mit Pausen zu deren Beantwortung: „Welche Frage passt zu der Aufgabe?" und „Welche Zahl kommt in das Kästchen?" Notieren Sie die Antworten des Probanden.			4 I
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
☐ – 27 = 19 8	19 - 27	☐ sachgerechte Fragestellung und sachgerechtes Vorgehen ☐ schematischer Lösungsweg (z. B. unverstandene Regel: „Bei minus immer plus, also 27 + 19." oder 27 – 19)	Teile-Ganzes-Konzept in Subtraktionsgleichungen erfasst: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
48 = 77 – ☐ 3 ?		☐ sachgerechte Fragestellung und sachgerechtes Vorgehen ☒ schematischer Lösungsweg (z. B. unverstandene Regel: „Hier bei minus immer minus, also 77 - 48." oder 77 + 48)	
29 = ☐ – 71 42		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☒ sachunlogischer Lösungsweg	

Notieren Sie die Antworten des Probanden.

☒ – 27 = 19 — 48 = 77 – ☐ — 29 = ☐ – 71

Fragen/Rechenaufgaben:

Lösungswege/Begründungen:

18 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

Präsentieren Sie dem Probanden Teil 2 des Arbeitsblattes zum Kapitel 4 I.
Bitten Sie den Probanden: „Ergänze die fehlenden Zahlen und Rechenzeichen."

41

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
9 • 9 = 100 – ☐ 81	19 ✓	☒ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	Wertgleichheit beider Gleichungsseiten wird hergestellt: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
37 + 15 = 7 • ☐ + 3 52	7 ✓	☒ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	
63 : ☐ = 11 – 2 9	/	☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	
7 O 7 = 50 O 1	/	☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	

Zusätzliche Beobachtungen: Gleichheitszeichen (zus. Erklärung) → Bedeutung „auf beiden Seiten soll gleich viel sein"

19 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

5 Sachaufgaben

Lesen Sie dem Probanden die nachfolgenden Aufgaben einzeln, bei Bedarf mehrfach, vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Du tauschst 10 Euro in 20-Cent-Münzen. Wie viele Münzen erhältst du?		☐ sachgerechter Lösungsansatz ☐ Probieren oder Raten Hilfe beim Lösungsansatz	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes (☒ ja) ☒ nein
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☒ ja ☐ nein
Ein Zug soll um 13:47 Uhr ankommen. Er hat aber 59 Minuten Verspätung. Wann kommt der Zug an? 1h 23.47		☐ sachgerechter Lösungsansatz ☐ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☒ nein
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☐ ja ☒ nein

20 — Version: 15.11.2013

Die Seite 21 wurde bei Julian ausgelassen.

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Auswertung der Testergebnisse

Name:	Julian	ID-Nummer:	
Straße:			
PLZ Wohnort:			
Geburtsdatum:	23.06.2013		
Geschlecht:	männlich		
Klassenstufe:	4		
Testdatum:	23.11.2022		
Testdauer:	50 min		
Tester/Testerin:	Claudia Richter	Unterschrift	Stempel

Dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen			
keine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	leichte Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	mittlere Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	gravierende Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten

22 Version: 15.11.2013

Julians Auswertungsseiten 23 und 24 erscheinen bereits im Fließtext (S.69).

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 D

Bitte rechne vorteilhaft im Kopf.

149 + 51 = 198 "1 minus 9"

187 – 89 = 88

59 + 24 + 11 = 94 stellenweise

35 4

83 – 17 – 23 = 43 ✓

60

25 Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 F

10 • 12 = 120

11 • 12 = 130

11 • 13 =

9 • 12 =

26 Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 H

□ : 6 = 7

48 : 6 = 8

30 : 6 = 5

Welche Zahl geteilt durch sechs ist sieben?

48

84 : 6 =

27 Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 I/Teil 1

[8] – 27 = 19

48 = 77 – [ ]

29 = [4 2] – 71

28 Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 I/Teil 2

199 = [ ] – 201

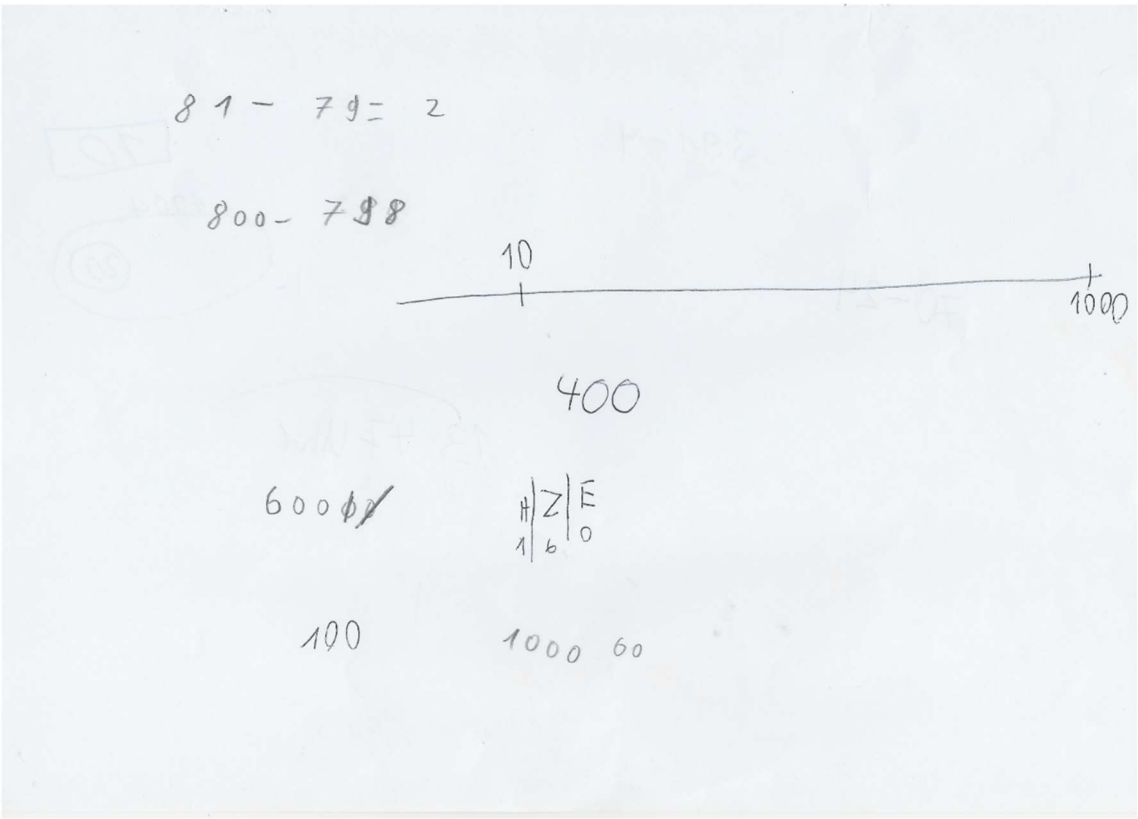
9 • 9 = 100 – [19]
81

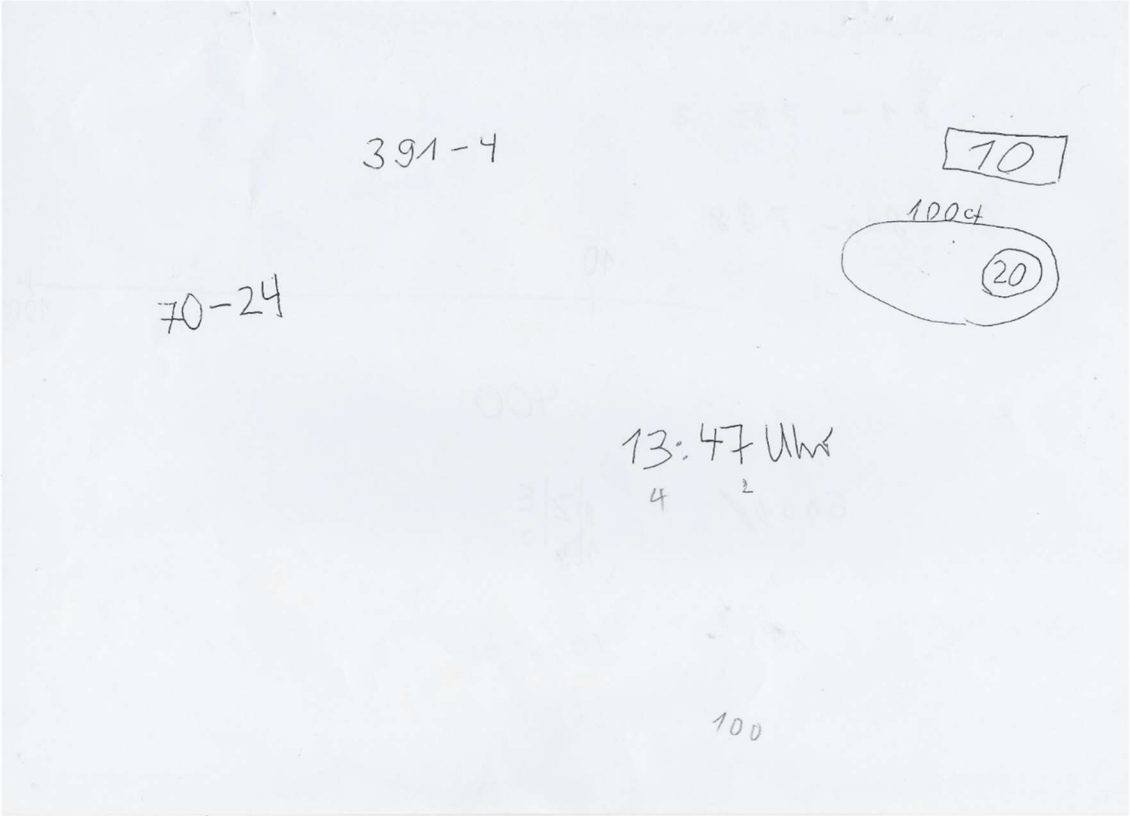
37 + 15 = 7 • [7] + 3
52

63 : [ ] = 11 – 2
9

7 ◯ 7 = 50 ◯ 1

29 Version: 15.11.2013


81 – 79 = 2
800 – 798
10
1000
400
600
H Z E
1 6 0
100
1000 60


391 – 4
10
100
20
70 – 24
13:47 Uhr
4 2
100

Anhang B: Fragebögen und Testprotokoll des JRT von Nora

LehrerInnenfragebogen Datum: _____

Name des Kindes: Nora

Klasse: 4a Wiederholung? O ja, Klasse ___ X nein

Kreuzen Sie bitte an, ob Sie die Aussagen für sehr zutreffend (++), eher zutreffend (+) eher weniger zutreffend (-) oder für gar nicht zutreffend (--) halten.

	+ +	+	-	- -
Das Kind geht gerne in die Schule.	X			
Das Kind hat ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.		X		
Die Mathematik-Leistungen des Kindes sind im Verhältnis zur Klasse schwach.		X		
Das Kind mag Mathematik.			X	
Das Kind hat Angst vor Tests und Klassenarbeiten.		X		
Das Kind hat Angst im Unterricht Fehler zu machen.			X	
Das Kind ist manchmal bedrückt wegen der schlechten Leistungen in Mathematik.		X		
Das Kind strengt sich sehr an in Mathematik. soweit es ihr möglich ist				
Das Kind hat ein gutes Verhältnis zu mir.	X			
Ich helfe dem Kind, wenn es etwas nicht versteht.		X		
Ich gebe den Eltern Tipps, wie sie ihrem Kind helfen können.		X		
Das Kind ist mit den Mathematik-Hausaufgaben oft überfordert.		X		
Das Kind erhält zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.				X
In der Schule wird das Kind zusätzlich gefördert.			X	
Zu Hause wird sehr viel mit dem Kind geübt.			X	
Ich finde es für die weitere Schullaufbahn wichtig, dass Kinder in Mathematik gut sind.		X		
Meiner Meinung nach hat das Kind eine Rechenschwäche.		X		

→ Verarbeitung, nicht rechnen an sich!

Kreuzen Sie bitte ganz spontan an, wie Sie das Kind einschätzen:

	immer	meist	selten	nie
Das Kind spielt nachmittags mit anderen Kindern.	X			
Das Kind ist ausgeglichen.	X			
Das Kind ist fröhlich.	X			
Das Kind ist ordentlich (Hefte, Ranzen...).			X	
Das Kind ist an Neuem interessiert.		X		
Das Kind bleibt ausdauernd an einer Sache beschäftigt.		X		
Das Kind ist mit sich zufrieden.		X		
Hausaufgaben erledigt das Kind schnell und selbstständig.				?
Über das Kind mache ich mir Sorgen.			X	

Wissen Sie was das Kind außerhalb der Schule besonders gern und/oder besonders macht?

Draußen sein, mit Freunden spielen, mit Tieren umgehen

Welche Stärken sehen Sie bei dem Kind?

Aufgeschlossenheit, liest gern und viel

Wann wurden für Sie Schwierigkeiten in Mathematik offensichtlich?

ab Klasse 1

Wie äußerten sich diese Schwierigkeiten?

beliebige Ergebnisse; Ergebnisse waren nicht nachvollziehbar, "mechanisches" rechnen möglich aber sie kann nicht erklären, was sie macht.

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

Elternfragebogen

Datum: 8.11.22

Name des Kindes: KORA

Geburtsdatum: 23.2.13

Klasse: 4A Wiederholung? O ja, Klasse ___ ☒ nein

Kreuzen Sie bitte an, ob Sie die Aussagen für sehr zutreffend (++), eher zutreffend (+), eher weniger zutreffend (-) oder für gar nicht zutreffend (--) halten.

	+ +	+	-	- -
Mein Kind geht gerne in die Schule.	X			
Mein Kind hat ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.	X			
Mein Kind hat Schwierigkeiten in Mathematik.		X	X	
Mein Kind mag Mathematik.		X		
Mein Kind hat Angst vor Klassenarbeiten in Mathematik.				X
Mein Kind hat Angst im Unterricht Fehler zu machen.				X
Mein Kind ist manchmal bedrückt wegen schlechter Leistungen in Mathematik.		X	X	
Mein Kind strengt sich sehr an in Mathematik. *			X	
Mein Kind hat ein gutes Verhältnis zu der Mathe-Lehrkraft.	X			
Die Lehrkraft hilft meinem Kind, wenn es etwas nicht versteht.	X			
Mein Kind erhält zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.			X	
In der Schule erhält mein Kind zusätzliche Förderung.			X	
Ich übe zu Hause sehr viel mit meinem Kind.		X		
Ich weiß wie ich mein Kind in Mathematik unterstützen kann.		X		
Zuhause gibt es oft Streit wegen den Mathematik-Hausaufgaben.				X
Ich finde es für die weitere Schullaufbahn wichtig, dass mein Kind in Mathematik gut ist.		X		
Ich finde es im Leben wichtig, in Mathematik gut zu sein.		X		

* Im Unterricht strengt sie sich sehr an, alleine eher nicht

Kreuzen Sie bei den folgenden Sätzen bitte an, wie Sie ihr Kind **während der Schulzeiten** erleben:

	immer	meist	selten	nie
Mein Kind spielt nachmittags mit anderen Kindern.		X		
Meint Kind ist ausgeglichen.		X		
Mein Kind ist fröhlich.	X			
Mein Kind ist ordentlich (Hefte, Zimmer, Ranzen).			X	
Mein Kind ist an Neuem interessiert.		X		
Mein Kind bleibt ausdauernd an einer Sache beschäftigt.		X		
Mein Kind ist mit sich zufrieden.		X		
Hausaufgaben erledigt mein Kind schnell und selbstständig.		X		
Über mein Kind mache ich mir Sorgen.			X	

Was macht Ihr Kind außerhalb der Schule besonders gern und/oder besonders gut?

Um Tiere kümmern (Pony, Hühner, Hund), kreativ gestalten Kunst, Sport (Skifahren, Reiten, Waldlauf)

Welche Stärken hat ihr Kind?

Phantasievoll, Sozial, Integrativ, Mutig, Willensstark

Wann wurden für Sie Schwierigkeiten in Mathematik deutlich?

Bei den Klassenarbeiten ab Klasse 2/2 ~~3/4~~ 1/3 wenn der Kopf mit anderem voll ist

Wie äußerten sich diese Schwierigkeiten?

Verliert die Aufgabenstruktur, bei großen Zahlen die Zahlenreihenfolge

413 729

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

Kinderfragebogen

(auszufüllen durch Erwachsenen nach Interview)

Name des Kindes: Nora Alter: 9

Klasse: 4 Wiederholung? O ja, Klasse __: X nein

Sind die Aussagen sehr zutreffend (++), zutreffend (+), teilweise zutreffend (+-), weniger zutreffend (-) oder gar nicht zutreffend (--) ?

	++	+	+-	-	--
Ich gehe gerne in die Schule.	X				
Ich habe ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.	X				
Ich habe Schwierigkeiten in Mathematik.			X		
Ich mag Mathematik.			X		
Ich habe Angst vor Tests und Klassenarbeiten.				X	
Ich habe Angst im Unterricht Fehler zu machen.			X		
Ich bin manchmal bedrückt wegen der schlechten Leistungen in Mathematik.			X		
Ich strenge mich sehr an in Mathematik.			X		
Ich habe ein gutes Verhältnis zu der Mathe-Lehrkraft.	X				
Meine Lehrkraft hilft mir, wenn ich etwas nicht verstehe.	X				
Ich erhalte zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.				X	
In der Schule habe ich eine zusätzliche Förderung.				X	
Ich übe zu Hause sehr viel Mathematik.			X		
Zuhause gibt es oft Streit wegen den Matheamtik-Hausaufgaben				X	
Ich finde es wichtig, dass ich in der Schule in Mathematik gut bin.		X			
Ich finde Mathematik für das Leben wichtig.		X			

Was machst du außerhalb der Schule besonders gern und / oder besonders gut?

Klettern, basteln, mich um meine Tiere kümmern, Musik hören, Freunde treffen

1

Dagmar Grütte, Jörg Kwapis, Wolfram Meyerhöfer, Olaf Steffen

JRT 3/2013

JENAER RECHENTEST 3

Name	Nora	ID-Nummer	
Geburtsdatum	23.02.2013		
Geschlecht	weiblich		
Klassenstufe	4		**Anwendungsbereich:** **Ende der Klasse 3 und Anfang der Klasse 4**
Schule			
Postleitzahl Ort			
Bundesland			
Testdatum	23.11.22	Testbeginn	
Tester	Claudia Richter	Testende	

Bitte halten Sie für den Test 20 Steckwürfel (im Folgenden Würfel genannt) bzw. 20 Gegenstände, die sich paarweise anordnen lassen, bereit.
Sie und der Proband benötigen je einen Stift.
Erfragen und notieren Sie immer den Lösungsweg.
Bitte kreuzen Sie in der Spalte *Beobachtungen* den Lösungsweg des Probanden an. Lösungswege, die dort nicht gelistet sind, notieren Sie bitte unter *zusätzliche Beobachtungen*. Nach Abschluss des Tests vermerken Sie auf den Seiten 23 bis 25 die ermittelte *dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen* und die *zahlenmathematischen Kompetenzen*.

Legende:

Grau hinterlegte Schrift	Übereinstimmung von Beobachtung und Bewertung der Kompetenzen
	Symbol für Vorbereitungen
	Symbol für Instruktionen
	Symbol für Arbeitsblätter

© Die Inhalte des Testes sind urheberrechtlich geschützt und dürfen weder im Ganzen noch in Teilen verändert oder ohne Zustimmung der Autoren veröffentlicht werden.
Eine Vervielfältigung ist nicht gestattet.

1 Mengen	A Zuordnung Anzahl – Zahlname

Legen Sie sechs Würfel in eine Reihe und in eine zweite Reihe vier Würfel. Ordnen Sie die Würfel wie folgt paarweise an:

□□□□□□ Proband
□□□□ Tester

Erklären Sie dem Probanden, welche Reihe seine Reihe ist und welche Reihe Ihre ist. Umrunden Sie dafür die jeweiligen Mengen mit dem Finger.
Bei Verzählfehlern fordern Sie den Probanden zum erneuten Zählen auf, bei erneutem Verzählfehler geben Sie die richtige Anzahl vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wie viele Würfel sind in meiner Reihe?		☒ simultane Mengenerfassung ☐ gezählt oder strukturierte Mengenerfassung (z. B. über 2er-Mengen)	Kardinales Erfassen einer veranschaulichten Menge gelingt:
Wie viele Würfel sind in deiner Reihe?		☒ gezählt oder strukturierte Mengenerfassung (z. B. über 2er- oder 3er-Mengen)	☒ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

1 Mengen		B Grobe Differenzbestimmung	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Sind deine sechs Würfel *mehr* oder *weniger* als meine vier Würfel?		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	Grobe Differenzbestimmung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☐ nein
1 Mengen		**C Exakte Differenzbestimmung**	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
***Wie viele* Würfel sind in deiner Reihe *mehr* als in meiner Reihe?**		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	Exakte Differenzbestimmung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☐ nein
– Legen Sie an jede Reihe, an der gleichen Seite, für den Probanden deutlich sichtbar, jeweils drei Würfel an. Legen Sie die Würfel einzeln an. Wechseln Sie dabei die Reihen ab. Sagen Sie: „Ich habe in beiden Reihen gleich viele Würfel angelegt." □□□□□□ □□□□			
Wie viele Würfel sind *jetzt* in deiner Reihe *mehr* als in meiner Reihe?		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	Exakte Differenzbestimmung nach gleichmäßiger Anzahlveränderung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein
– Nehmen Sie von jeder Reihe, an der gleichen Seite, für den Probanden deutlich sichtbar, jeweils einen Würfel weg. Sagen Sie: „Ich habe in beiden Reihen einen Würfel weggenommen." □□□□□□ □□□□			
Wie viele Würfel sind *jetzt* in meiner Reihe *weniger* als in deiner Reihe?		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	

Zusätzliche Beobachtungen:

3 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

2 Zahlen		A Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen	
– Legen Sie fünf Würfel vor den Probanden – Demonstrieren Sie dem Probanden am Beispiel von fünf Würfeln, dass sich die Zahl 5 in die Teilmengen 2 und 3 zerlegen lässt. Geben Sie die folgende Beschreibung: „Wir zerlegen jetzt Zahlen. Wie wir das machen, zeige ich dir mit fünf Würfeln, wir machen das aber nachher ohne Würfel. Wir haben insgesamt fünf. Davon bekomme ich zwei. Die anderen bekommst du. Wie viele bekommst du?" – Begleiten Sie die Beschreibung mit einer entsprechenden Zerlegungshandlung. – Erklären Sie weiter: „Jetzt machen wir das ohne Würfel."			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir haben insgesamt sieben. Davon bekomme ich vier. Wie viele bekommst du?		☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	Automatisiertes Wissen über kardinale Zahlbeziehungen bis zehn liegt vor [1]: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein
Wir haben insgesamt acht. Davon bekomme ich zwei. Wie viele bekommst du?		☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	
Wir haben insgesamt neun. Davon bekomme ich sechs. Wie viele bekommst du?		☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	

Zusätzliche Beobachtungen:

[1] Es gibt einzelne Probanden, die die meisten Aufgabensätze im Zahlbereich bis zehn begriffslos auswendig gelernt haben. Weitere Hinweise zur Beurteilung des kardinalen Zahlverständnisses erhalten Sie durch die Beobachtung der Lösungsstrategien in den Abschnitten 3, 4C und 4D.

4 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir haben insgesamt 19. Davon bekomme ich zwölf. Wie viele bekommst du?	19-12 = 9-2 = 7	☒ spontane, sichere Lösung ☐ gezählt ☒ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	Verständnis von kardinalen Zahlbeziehungen bis 20 liegt vor: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein
Wir haben insgesamt 13. Davon bekomme ich acht. Wie viele bekommst du?	8+☐ =13	☐ abgeleitete Lösung mit Bezug auf zehn ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	
Wir haben insgesamt 13. Davon bekomme ich sieben. Wie viele bekommst du?	zur 7 erstmal 3 dazu, nochmal drei sind 6	☒ abgeleitete Lösung mit Bezug auf zehn ☐ abgeleitete Lösung mit Bezug zur Voraufgabe ☐ Fasthalbierung/Fastverdopplung ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	

Zusätzliche Beobachtungen: „Ich stelle mir die Zahlen untereinander vor"

5 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

2 Zahlen	B **Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit**
Lesen Sie dem Probanden die Aufgabe laut, bei Bedarf mehrfach, vor.	

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
An einer Straße stehen 100 Bäume. Der zweite und der dreißigste Baum werden abgesägt. Wie viele Bäume bleiben noch stehen?	1. Idee: 100-32 2. " richtig	☒ richtige Antwort	Kardinale Wertgleichheit der Ordinalzahlen erfasst: ☒ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

6 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

3 Zahlordnungen[2]		A Seriation der natürlichen Zahlen	
Sagen Sie dem Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf."			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
81 – 79 = 2		☐ spontane, sichere Lösung ☒ algorithmisches Vorgehen ☐ gezählt	Seriationslogik zur Differenzbestimmung genutzt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
800 – 798 = 2 (2. Versuch)	800 -798 198 0 0 2	☐ spontane, sichere Lösung ☒ algorithmisches Vorgehen ☐ gezählt	

Zusätzliche Beobachtungen:

[2] Wenn der Proband mit den Aufgabenstellungen überfordert ist bzw. die Aufgaben nur zählend lösen kann, dann sollte der Test mit den Inhalten des JRT 2 ab Abschnitt 3 fortgesetzt werden.

7 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

3 Zahlordnungen		B Verständnis des dekadisches Bündelungssystems	
Lesen Sie die Aufgaben laut vor.			
Aufgaben	Antworten/Beobachtungen		Kompetenzbewertungen
Aus wie vielen Einern besteht 400?	400 – deutliche Schwierigkeiten		Wissen über die dekadische Bündelungsstruktur liegt vor: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
Du hast zwölf Zehner. Wie viele Hunderter kannst Du daraus bündeln?	1 Hunderterplatte Was bleibt dann übrig? 2 Einer Mit Anschauungsmaterial + Hinweisen		
Wie viele Zehner sind in drei Hundertern gebündelt?	30, nach zögern		

3 Zahlordnungen		C Ableiten mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	
Lesen Sie die Aufgaben laut vor.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wie groß ist der Unterschied von 160 und 80?	80	☒ sichere Lösung mit Bezug auf die dekadische Struktur ☒ schriftliches Vorgehen (notiert oder mental)	Stellenwertbezug erfolgt: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
Wie groß ist der Unterschied von 10 und 1.000?	190 Tausend	☐ sichere Lösung mit Bezug auf die dekadische Struktur ☒ schriftliches Vorgehen (notiert oder mental)	

Zusätzliche Beobachtungen:

8 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

3 Zahlordnungen		D Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." Wenn der Proband die Aufgabe 6 + 17 falsch löst, geben Sie ihm bitte die richtige Lösung vor. Falls beim Lösen von 206 + 17 kein stellenwertbezogener Transfer um zweihundert erfolgt, gehen Sie zur nächsten Aufgabe über.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
6 + 17 = 23	✓		Stellenwertbezogene Transfers durchgeführt: ☐ ja ☒ teilweise ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „Sechs plus 17 ist 23. Wie viel ist dann 206 plus 17?"			
206 + 17 = 230	Bezug erkannt, falsch in Beziehung gesetzt	☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „206 plus 17 ist 223. Wie viel ist dann 206 plus 37?"			
206 + 37 =		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

9 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." Wenn der Proband die Aufgabe 391 – 4 falsch löst, geben Sie ihm bitte die richtige Lösung vor. Falls beim Lösen von 391 – 14 kein stellenwertbezogener Transfer um zehn erfolgt, gehen Sie zum nächsten Kapitel über.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
391 – 4 = 387	✓		Stellenwertbezogene Transfers durchgeführt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „391 minus vier ist 387. Wie viel ist dann 391 minus 14?"			
391 – 14 = 387		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☒ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „391 minus 14 ist 377. Wie viel ist dann 391 minus 114?"			
391 – 114 =		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

10 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	A Operationslogik der Addition

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 2 + 4 = 6 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 2 + 4 = 6 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 2 + 4 = 6 gemeint?	Ich nehme zwei Würfel und vier Würfel. Zusammen sind das sechs Würfel.	Operationslogik der Addition verstanden: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein

4 Rechenoperationen	B Operationslogik der Subtraktion

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 6 – 4 = 2 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 6 – 4 = 2 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 6 – 4 = 2 gemeint?	Ich habe sechs Würfel. Davon nehme ich vier Würfel weg. Dann bleiben zwei übrig.	Operationslogik der Subtraktion verstanden: ☒ ja ☐ teilweise ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

11 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	C Zusammenhang von Addition und Subtraktion

Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf."

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
14 + 19 = 33	Schaut über Kopf Zahlen an 9+4 = 13, schreibe 3 übertrage 1...	☒ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ gezählt ☐ nicht dekadisch strukturiertes Vorgehen	Dekadische Struktur effektiv genutzt: ☐ ja ☐ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „14 plus 19 ist 33. Wie viel ist 33 minus 19?"			
33 – 19 = 14		☒ Lösung durch Operationsumkehrung ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	Operationsumkehrung erkannt: ☒ ja ☐ nein
70 – 24 = 5446	untereinander 2-7=5 4-0=4	☒ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ gezählt ☐ nicht dekadisch strukturiertes Vorgehen	Dekadische Struktur effektiv genutzt: ☐ ja ☐ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „70 minus 24 ist 46. Wie viel ist 24 plus 46?"			
24 + 46 = 70		☒ Lösung durch Operationsumkehrung ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	Operationsumkehrung erkannt: ☒ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen: Schriftliche Subtraktion wird genutzt, aber nicht sicher beherrscht. Kopfrechnen wird nicht beherrscht!

12 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

4 Rechenoperationen	D Addition und Subtraktion, dekadisch strukturiertes Rechnen

- Präsentieren Sie dem Probanden das Arbeitsblatt zum Kapitel 4 D
- Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben möglichst vorteilhaft im Kopf und trage die Lösungen in das Arbeitsblatt ein."

4 D

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
* 149 + 51 = 200	9+1 = 0 →	☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ Sonstiges: schriftlich algorithmisch	Effektives Rechnen unter Nutzung von dekadischen Strukturen erfolgt: ☐ ja ☒ teilweise ☒ nein
187 – 89 = 278	algorithm. falsch	☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ Sonstiges: algorithm. Vorgehen	
59 + (24 + 11) = 94 (35)	Schriftlich	☒ Vorteilhafte Lösung (Addition bzw. Vertauschung der Subtrahenden) ☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ Sonstiges:	
83 – (17 – 23) = 69 (14)	17 – 23	☐ Vorteilhafte Lösung (Addition bzw. Vertauschung der Subtrahenden) ☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☒ Sonstiges: falsche Übertragung des Add.	

Zusätzliche Beobachtungen:

* Wenn du erst mal nicht untereinander denkst, hier die 49 51 ist eins weniger, die 51 eins mehr als 50.
Kann dir das helfen?
→ Ja, weil: 49+1=50 49+2=51

13 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

4 Rechenoperationen	E Operationslogik der Multiplikation

- Legen Sie alle Würfel vor den Probanden
- Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 3 • 4 = 12 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 3 • 4 = 12 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 3 • 4 = 12 gemeint?	Das Malzeichen Auf Nachfrage: „Da hat man viermal die drei"	Operationslogik der Multiplikation verstanden: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

14 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	F Multiplikation, Faktorenzerlegung, Bezüge zur Addition und Subtraktion

Präsentieren Sie dem Probanden das Arbeitsblatt zum Kapitel 4 F.
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf und trage die Lösungen in das Arbeitsblatt ein. Wir besprechen die Aufgaben gemeinsam nacheinander."

4 F

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
10 • 12 =	1·12 = 12 2·12 = 24 36 ⋮	Sowas hatten wir noch nicht. Aber ich kenne die 11er-Reihe ☐ Rückgriff auf die Zehnerpotenz ☐ algorithmisches Vorgehen	Verzehnfachung des Produkts mit Bezug zu den Faktoren erfasst: ☐ ja ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „10 mal 12 ist 120. Wie viel ist 11 mal 12?			Faktorenzerlegung und Bezug der Multiplikation zur Addition abgeleitet: ☐ ja ☐ teilweise ☐ nein
11 • 12 =		☐ Zusammenhang von 10 · 12 + 1 · 12 wird erkannt ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen oder korrigieren Sie: „11 mal 12 ist 132. Wie viel ist 11 mal 13?			
11 • 13 =		☐ Zusammenhang von 11 · 12 + 11 · 1 wird erkannt ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „10 mal 12 ist 120. Wie viel ist 9 mal 12?			Faktorenzerlegung und Bezug der Multiplikation zur Subtraktion abgeleitet: ☐ ja ☐ nein
9 • 12 =		☐ Zusammenhang von 10 · 12 – 1 · 12 wird erkannt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

15 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen	G Operationslogik der Division

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 12 : 3 = 4 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Sachaufgabe erzählen, die zur Aufgabe 12 : 3 = 4 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 12 : 3 = 4 gemeint?	1. Versuch: über „3x wieviel ist 12" Man kann statt 12·3=4 auch 4·3=12 rechnen Auf Nachfrage: „Luisa hat 12 Bonbons und will sie an 3 Kinder verteilen 4 verteilt aber an 4 Kinder	Operationslogik der Division verstanden: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen: Verteilen / Aufteilen nicht klar

Sie konnte überlegen 3 · □ = 12
Dann weiß sie 4.
Dann gibt sie jedem Kind 4,
doch dann reicht es nicht. ...
Weiß nicht weiter ..

16 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen		H Division, Bezug zur Multiplikation	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzen
Präsentieren Sie dem Probanden das Arbeitsblatt zum Kapitel 4 H Bitten Sie den Probanden: „Löse alle Aufgaben, möglichst im Kopf. Trage die fehlenden Zahlen auf dem Arbeitsblatt ein. Wir besprechen die Aufgaben gemeinsam nacheinander."			4 H
48 : 6 = 8	6, 12, 18 ... 8·5=40 8·6=48	☐ sicher aus dem Gedächtnis ☒ abgeleitete Lösung durch Multiplikation ☒ Lösung durch Aufsagen der Reihen	Automatisiertes Reproduzieren der Division: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
Welche Zahl geteilt durch sechs ist gleich sieben?	42 ✓	☐ sicher aus dem Gedächtnis ☒ abgeleitete Lösung durch Multiplikation ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	
Wiederholen oder korrigieren Sie: „42 geteilt durch sechs ist sieben. Wie viel ist dann 84 geteilt durch sechs?"			
84 : 6 =	Versuch: 8+8=16	☐ Lösung erfolgt mit Bezug auf 42 : 6 = 7 ☐ Lösung erfolgt durch dekadische Zerlegung des Dividenden 60 : 6 + 24 : 6 ☐ algorithmisches Vorgehen)	Die Zerlegung des Dividenden erfolgt mit Bezug zum Divisor: ☐ ja ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

17 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

4 Rechenoperationen		I Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen	
Präsentieren Sie dem Probanden Teil 1 des Arbeitsblattes zum Kapitel 4 I. Stellen Sie jeweils folgende Fragen mit Pausen zu deren Beantwortung: „Welche Frage passt zu der Aufgabe?" und „Welche Zahl kommt in das Kästchen?" Notieren Sie die Antworten des Probanden.			4 I
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
☐ – 27 = 19		☒ sachgerechte Fragestellung und sachgerechtes Vorgehen ☐ schematischer Lösungsweg (z. B. unverstandene Regel: „Bei minus immer plus, also 27 + 19." oder 27 – 19)	Teile-Ganzes-Konzept in Subtraktionsgleichungen erfasst: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
48 = 77 – ☐		☐ sachgerechte Fragestellung und sachgerechtes Vorgehen ☐ schematischer Lösungsweg (z. B. unverstandene Regel: „Hier bei minus immer minus, also 77 - 48." oder 77 + 48)	
29 = ☐ – 71		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	

Notieren Sie die Antworten des Probanden.

16 ☐ – 27 = 19 — 48 = 77 – ☐ 05 — 29 = ☐ – 71 ?

Fragen/Rechenaufgaben:

Lösungswege/Begründungen: Tauscht Subtrahend und Minuend

18 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

Präsentieren Sie dem Probanden Teil 2 des Arbeitsblattes zum Kapitel 4 I.
Bitten Sie den Probanden: „Ergänze die fehlenden Zahlen und Rechenzeichen." — 4 I

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
81 / 9 • 9 = 100 – 19	Richtig nach zus. Erklärung der Darstellung	☒ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	Wertgleichheit beider Gleichungsseiten wird hergestellt: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
52 / 37 + 15 = 7 • 7 + 3		☒ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	
63 : ☐ = 11 – 2	zu schwierig	☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	
7 ○ 7 = 50 ○ 1	✓	☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	

Zusätzliche Beobachtungen: Nach zusätzlicher Erklärung zum Gleichheitszeichen bei Aufgabe 1

19 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — JENAER RECHENTEST 3

5 Sachaufgaben

Lesen Sie dem Probanden die nachfolgenden Aufgaben einzeln, bei Bedarf mehrfach, vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Du tauschst 10 Euro in 20-Cent-Münzen. Wie viele Münzen erhältst du?	50 1€ 20 20 20 20 · 1€ 20 20 20 20 · 1€ 20 20 20 20 · 1€ 20 20 20 20 · ○	☐ sachgerechter Lösungsansatz ☒ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☒ ja ☐ nein
		☒ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☒ ja ☐ nein
Ein Zug soll um 13:47 Uhr ankommen. Er hat aber 59 Minuten Verspätung. Wann kommt der Zug an?	13:47 59 1406 2. Versuch ✓ Mit Impulsfragen, wie viel Minuten hat eine Stunde	☐ sachgerechter Lösungsansatz ☒ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☒ nein Aber nach Vorlage des vorgegeb. Lösungsansatzes
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☐ ja ☒ nein

20 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Die Geschwister Jule und Nele haben 30 Euro für Weihnachtsgeschenke gespart. Jule hat zu dem Geld 6 Euro mehr als Nele dazugegeben. Wie viele Euro hat Jule und wie viele Euro hat Nele dazugegeben?		☐ sachgerechter Lösungsansatz ☐ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☐ nein
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☐ ja ☐ nein
Paul läuft im Sportwettkampf 60 Meter. Jeder seiner Schritte ist 60 Zentimeter lang. Wie viele Schritte braucht er bis ins Ziel?	60·60cm	☒ sachgerechter Lösungsansatz ☒ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☒ nein
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☐ ja ☒ nein
Du hast 37 CDs. Dein Freund Tim hat 14 CDs weniger als du. Tims Freund Torsten hat 7 CDs mehr als Tim. Wie viele CDs habt ihr alle drei zusammen?		☐ sachgerechter Lösungsansatz ☐ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☐ nein

21 — Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 — *JENAER RECHENTEST 3*

JENAER RECHENTEST 3 – Auswertung der Testergebnisse

Name:	Nora	ID-Nummer:	
Straße:			
PLZ Wohnort:			
Geburtsdatum:	23.02.2013		
Geschlecht:	weblich		
Klassenstufe:	4		
Testdatum:	23.11.2022		
Testdauer:	55 min		
Tester/Testerin:	Claudia Richter		

Unterschrift — Stempel

Dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen			
keine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	leichte Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	mittlere Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	gravierende Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten

22 — Version: 15.11.2013

Noras Auswertungsseiten 23 und 24 erscheinen bereits im Fließtext (S.84).

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 D

Bitte rechne vorteilhaft im Kopf.

149 + 51 = 200

187 – 89 = 278

35

59 + 24 + 11 = 94

94

83 – 17 – 23 = 69

69 74

25 Version: 15.11.2013

Die Seite 26 wurde mit Nora nicht bearbeitet.

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 H

48 : 6 = 8

Welche Zahl geteilt durch sechs ist sieben?

42

84 : 6 =

27 Version: 15.11.2013

JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 I/Teil 1

46	–	27	=	19		
		48	=	77	–	05
		29	=		–	71

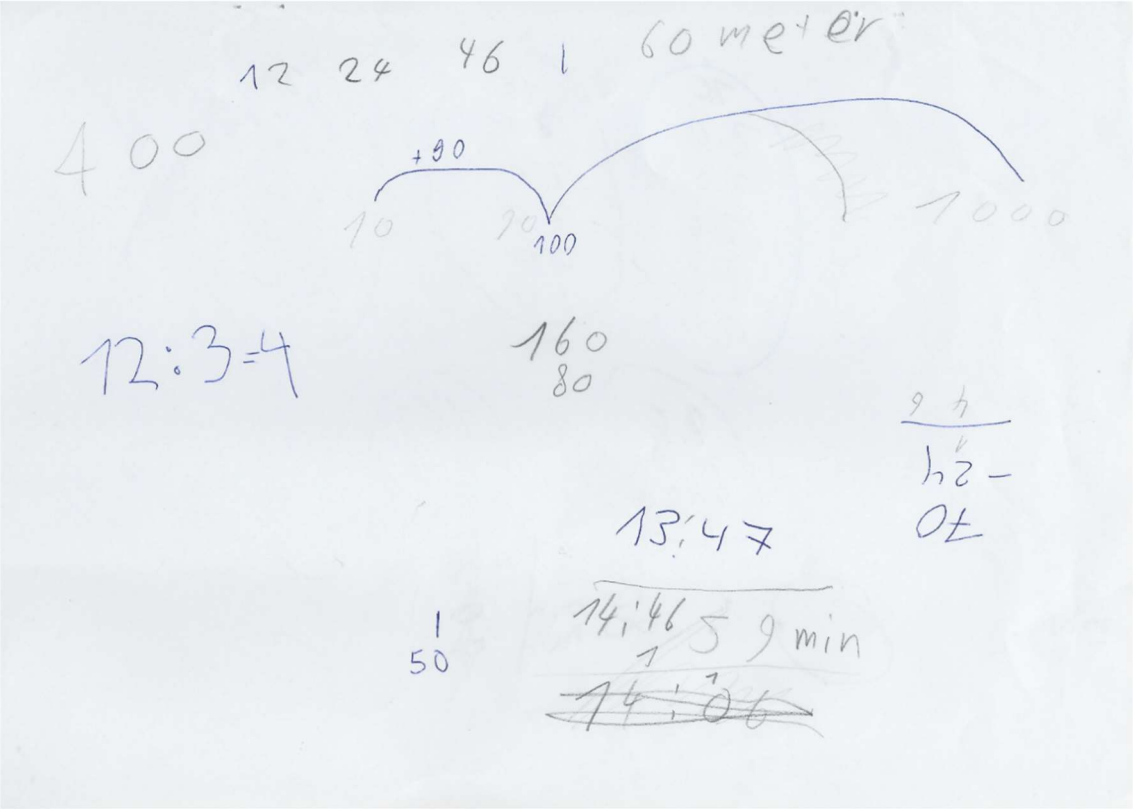
28 Version: 15.11.2013

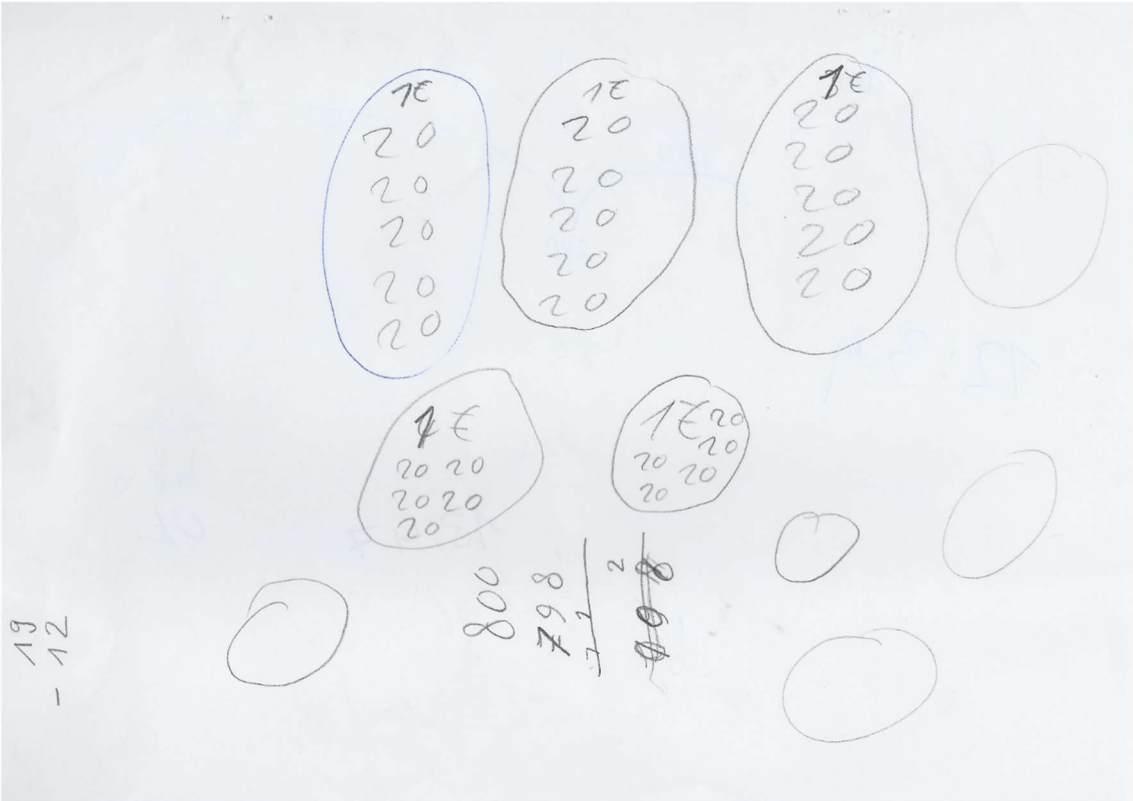
JRT 3/2013 JENAER RECHENTEST 3

JENAER RECHENTEST 3 – Arbeitsblatt 4 I/Teil 2

		199	=	8	–	201		
9	·	9	=	100	–	19		
37	+	15	=	7	·	7	+	3
63	:		=	11	–	2		
7	·	7	=	50	–	1		

29 Version: 15.11.2013


12 24 46 1 60 meter
400
+80
10 20 100
1000
12:3=4
160
80
13:47
14:46
59 min
50


1€
20
19
- 12
800
798

Anhang C: Fragebögen und Testprotokoll des JRT von Jona

Elternfragebogen Datum: 09.11.2022

Name des Kindes: Jona Ismojli Geburtsdatum: 14.05.2014

Klasse: 3B Wiederholung? O ja, Klasse ___ ⊗ nein

Kreuzen Sie bitte an, ob Sie die Aussagen für sehr zutreffend (++), eher zutreffend (+), eher weniger zutreffend (-) oder für gar nicht zutreffend (--) halten.

	+ +	+	-	- -
Mein Kind geht gerne in die Schule.	X			
Mein Kind hat ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.	X			
Mein Kind hat Schwierigkeiten in Mathematik.		+		
Mein Kind mag Mathematik.		+		
Mein Kind hat Angst vor Klassenarbeiten in Mathematik.		+		
Mein Kind hat Angst im Unterricht Fehler zu machen.		+		
Mein Kind ist manchmal bedrückt wegen schlechter Leistungen in Mathematik.		+		
Mein Kind strengt sich sehr an in Mathematik.		+		
Mein Kind hat ein gutes Verhältnis zu der Mathe-Lehrkraft.		+		
Die Lehrkraft hilft meinem Kind, wenn es etwas nicht versteht.		+		
Mein Kind erhält zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.				X
In der Schule erhält mein Kind zusätzliche Förderung.		X		
Ich übe zu Hause sehr viel mit meinem Kind.		X		
Ich weiß wie ich mein Kind in Mathematik unterstützen kann.		X		
Zuhause gibt es oft Streit wegen den Mathematik-Hausaufgaben.		X		
Ich finde es für die weitere Schullaufbahn wichtig, dass mein Kind in Mathematik gut ist.	X			
Ich finde es im Leben wichtig, in Mathematik gut zu sein.	X			

1

Kreuzen Sie bei den folgenden Sätzen bitte an, wie Sie ihr Kind **während der Schulzeiten** erleben:

	immer	meist	selten	nie
Mein Kind spielt nachmittags mit anderen Kindern.		X		
Meint Kind ist ausgeglichen.		X		
Mein Kind ist fröhlich.		X		
Mein Kind ist ordentlich (Hefte, Zimmer, Ranzen).		X		
Mein Kind ist an Neuem interessiert.		X		
Mein Kind bleibt ausdauernd an einer Sache beschäftigt.		X		
Mein Kind ist mit sich zufrieden.		X		
Hausaufgaben erledigt mein Kind schnell und selbstständig.		X		
Über mein Kind mache ich mir Sorgen.		X		

Was macht Ihr Kind außerhalb der Schule besonders gern und/oder besonders gut?

Mit Geschwister spielen, Fahrrad fahren, Sport

Welche Stärken hat ihr Kind?

Sie ist sehr gut in Sport da hat sie auch besonders Spass!

Wann wurden für Sie Schwierigkeiten in Mathematik deutlich?

erst seid dieses Jahr

Wie äußerten sich diese Schwierigkeiten?

sie hat bei Mal aufgaben, geteilt aufgaben zur Zeit schwierigkeiten

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

2

LehrerInnenfragebogen Datum: 22.11.22

Name des Kindes: Jona

Klasse: 3b Wiederholung? O ja, Klasse ___ X nein

Kreuzen Sie bitte an, ob Sie die Aussagen für sehr zutreffend (++), eher zutreffend (+), eher weniger zutreffend (-) oder für gar nicht zutreffend (--) halten.

	+ +	+	-	- -
Das Kind geht gerne in die Schule.	X			
Das Kind hat ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.		X		
Die Mathematik-Leistungen des Kindes sind im Verhältnis zur Klasse schwach.			X	
Das Kind mag Mathematik.		X		
Das Kind hat Angst vor Tests und Klassenarbeiten.			X	
Das Kind hat Angst im Unterricht Fehler zu machen.		X		
Das Kind ist manchmal bedrückt wegen der schlechten Leistungen in Mathematik.			X	
Das Kind strengt sich sehr an in Mathematik.		X		
Das Kind hat ein gutes Verhältnis zu mir.	X			
Ich helfe dem Kind, wenn es etwas nicht versteht.	X			
Ich gebe den Eltern Tipps, wie sie ihrem Kind helfen können.		X		
Das Kind ist mit den Mathematik-Hausaufgaben oft überfordert.		X		
Das Kind erhält zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.			X	
In der Schule wird das Kind zusätzlich gefördert.		X		
Zu Hause wird sehr viel mit dem Kind geübt.		X		
Ich finde es für die weitere Schullaufbahn wichtig, dass Kinder in Mathematik gut sind.		X		
Meiner Meinung nach hat das Kind eine Rechenschwäche.		X		

1

Kreuzen Sie bitte ganz spontan an, wie Sie das Kind einschätzen:

	immer	meist	selten	nie
Das Kind spielt nachmittags mit anderen Kindern.		X		
Das Kind ist ausgeglichen.		X		
Das Kind ist fröhlich.		X		
Das Kind ist ordentlich (Hefte, Ranzen...). →Entwicklung!			X	
Das Kind ist an Neuem interessiert.		X		
Das Kind bleibt ausdauernd an einer Sache beschäftigt.		X		
Das Kind ist mit sich zufrieden.		X		
Hausaufgaben erledigt das Kind schnell und selbstständig.			X	
Über das Kind mache ich mir Sorgen.			X	

Wissen Sie was das Kind außerhalb der Schule besonders gern und/oder besonders gut macht?

- basteln & malen

Welche Stärken sehen Sie bei dem Kind?

- freundlich, zielstrebig, humorvoll, offen, holt sich Hilfe

Wann wurden für Sie Schwierigkeiten in Mathematik offensichtlich?

- 1. Klasse: Zahlen & Mengenverständnis; geometrische Aufgabenstellungen

Wie äußerten sich diese Schwierigkeiten?

- zählendes Rechnen, Transfer oft schwierig,
- viele Aufgaben automatisiert → wenig Verständnis

Herzlichen Dank für Ihre Mitarbeit!

2

Kinderfragebogen

(auszufüllen durch Erwachsenen nach Interview)

Name des Kindes: Jona Alter: 8

Klasse: 3 Wiederholung? O ja, Klasse 3: ☒ nein

Sind die Aussagen sehr zutreffend (++), zutreffend (+), teilweise zutreffend (+-), weniger zutreffend (-) oder gar nicht zutreffend (--) ?

	++	+	+-	-	--
Ich gehe gerne in die Schule.		X			
Ich habe ein gutes Verhältnis zu den Mitschülern.		X			
Ich habe Schwierigkeiten in Mathematik.		X			
Ich mag Mathematik.			X		
Ich habe Angst vor Tests und Klassenarbeiten.		X			
Ich habe Angst im Unterricht Fehler zu machen.		X			
Ich bin manchmal bedrückt wegen der schlechten Leistungen in Mathematik.		X			
Ich strenge mich sehr an in Mathematik.		X			
Ich habe ein gutes Verhältnis zu der Mathe-Lehrkraft.	X				
Meine Lehrkraft hilft mir, wenn ich etwas nicht verstehe.	X				
Ich erhalte zusätzliche oder andere Aufgaben als die anderen Schüler der Klasse.				X	
In der Schule habe ich eine zusätzliche Förderung.				X	
Ich übe zu Hause sehr viel Mathematik.		X			
Zuhause gibt es oft Streit wegen den Matheamtik-Hausaufgaben				X	
Ich finde es wichtig, dass ich in der Schule in Mathematik gut bin.		X			
Ich finde Mathematik für das Leben wichtig.		X			

Was machst du außerhalb der Schule besonders gern und / oder besonders gut?

zeichnen / malen, spielen

1

Dagmar Grütte, Jörg Kwapis, Wolfram Meyerhöfer, Olaf Steffen

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

Name	Jona	ID-Nummer	
Geburtsdatum	14.5.2014		
Geschlecht	weiblich		
Klassenstufe	3		**Anwendungsbereich:** **Ende der Klasse 2 und Anfang der Klasse 3**
Schule			
Postleitzahl Ort			
Bundesland			
Testdatum	9.12.2022	Testbeginn	
Tester	Claudia Richter	Testende	

Bitte halten Sie für den Test 20 Steckwürfel (im Folgenden Würfel genannt) bzw. 20 Gegenstände, die sich paarweise anordnen lassen, bereit.
Sie und der Proband benötigen je einen Stift.
Erfragen und notieren Sie immer den Lösungsweg.
Bitte kreuzen Sie in der Spalte *Beobachtungen* den Lösungsweg des Probanden an. Lösungswege, die dort nicht gelistet sind, notieren Sie bitte unter *zusätzliche Beobachtungen*. Nach Abschluss des Tests vermerken Sie auf den Seiten 23 bis 25 die ermittelte *dyskalkulierelevante Beeinträchtigung mathematischer Kompetenzen* und die *zahlenmathematischen Kompetenzen*.

Legende:

Grau hinterlegte Schrift	Übereinstimmung von Beobachtung und Bewertung der Kompetenzen
	Symbol für Vorbereitungen
	Symbol für Instruktionen
	Symbol für Arbeitsblätter

© Die Inhalte des Testes sind urheberrechtlich geschützt und dürfen weder im Ganzen noch in Teilen verändert oder ohne Zustimmung der Autoren veröffentlicht werden.
Eine Vervielfältigung ist nicht gestattet.

1 Mengen	A Zuordnung Anzahl – Zahlname

Legen Sie sechs Würfel in eine Reihe und in eine zweite Reihe vier Würfel. Ordnen Sie die Würfel wie folgt paarweise an:

□□□□□□ Proband
□□□□ Tester

Erklären Sie dem Probanden, welche Reihe seine Reihe ist und welche Reihe Ihre ist. Umrunden Sie dafür die jeweiligen Mengen mit dem Finger.
Bei Verzählfehlern fordern Sie den Probanden zum erneuten Zählen auf, bei nochmaligem Verzählfehler geben Sie die richtige Anzahl vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wie viele Würfel sind in meiner Reihe?		☒ simultane Mengenerfassung ☐ gezählt oder strukturierte Mengenerfassung (z. B. über 2er-Mengen)	Kardinales Erfassen einer veranschaulichten Menge gelingt:
Wie viele Würfel sind in deiner Reihe?	(10), 6	☒ gezählt oder strukturierte Mengenerfassung (z. B. über 2er- oder 3er-Mengen)	☒ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

1 Mengen		B Grobe Differenzbestimmung	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Sind deine sechs Würfel *mehr* oder *weniger* als meine vier Würfel?		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☐ gezählt oder berechnet	Grobe Differenzbestimmung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☐ nein

1 Mengen		C Exakte Differenzbestimmung	
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
***Wie viele* Würfel sind in deiner Reihe *mehr* als in meiner Reihe?**		☒ richtige Antwort aus der Anschauung ☒ gezählt oder berechnet	Exakte Differenzbestimmung gelingt aus der Anschauung: ☒ ja ☒ nein
Legen Sie an jede Reihe, an der gleichen Seite, für den Probanden deutlich sichtbar, jeweils drei Würfel an. Legen Sie die Würfel einzeln an. Wechseln Sie dabei die Reihen ab. Sagen Sie: „Ich habe in beiden Reihen gleich viele Würfel angelegt."			
Wie viele Würfel sind *jetzt* in deiner Reihe *mehr* als in meiner Reihe?	1, 3	☐ richtige Antwort aus der Anschauung ☒ gezählt oder berechnet	Exakte Differenzbestimmung nach gleichmäßiger Anzahlveränderung gelingt aus der Anschauung: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Nehmen Sie von jeder Reihe, an der gleichen Seite, für den Probanden deutlich sichtbar, jeweils einen Würfel weg. Sagen Sie: „Ich habe in beiden Reihen einen Würfel weggenommen."			
Wie viele Würfel sind *jetzt* in meiner Reihe *weniger* als in deiner Reihe?	3	☐ richtige Antwort aus der Anschauung ☒ gezählt oder berechnet	

Zusätzliche Beobachtungen:

3 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

2 Zahlen		A Kardinaler Zahlbegriff, Wertbeziehungen	
Legen Sie fünf Würfel vor den Probanden. Demonstrieren Sie dem Probanden am Beispiel von fünf Würfeln, dass sich die Zahl 5 in die Teilmengen 2 und 3 zerlegen lässt. Geben Sie die folgende Beschreibung: „Wir zerlegen jetzt Zahlen. Wie wir das machen, zeige ich dir mit fünf Würfeln, wir machen das aber nachher ohne Würfel. Wir haben insgesamt fünf. Davon bekomme ich zwei. Die anderen bekommst du. Wie viele bekommst du?" Begleiten Sie die Beschreibung mit einer entsprechenden Zerlegungshandlung. Erklären Sie weiter: „Jetzt machen wir das ohne Würfel."			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir haben insgesamt sieben. Davon bekomme ich vier. Wie viele bekommst du?	3 3+3=6 3+4=7	☒ spontane, sichere Lösung ☐ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	Automatisiertes Wissen über kardinale Zahlbeziehungen bis zehn liegt vor [1]: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wir haben insgesamt acht. Davon bekomme ich zwei. Wie viele bekommst du?	5, 6 8-2=	☐ spontane, sichere Lösung ☒ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	
Wir haben insgesamt neun. Davon bekomme ich sechs. Wie viele bekommst du?	3 3+3=6 6-3=3	☐ spontane, sichere Lösung ☒ angestrengtes Überlegen ☐ konstruiert aus Brückenaufgaben ☐ gezählt	

Zusätzliche Beobachtungen: Kann die Verdopplungen auswendig. Weiß - 7 ist eine ungerade Zahl - man kann sie nicht aufteilen.

[1] Es gibt einzelne Probanden, die die meisten Aufgabensätze im Zahlbereich bis zehn begriffslos auswendig gelernt haben. Weitere Hinweise zur Beurteilung des kardinalen Zahlverständnisses erhalten Sie durch die Beobachtung der Lösungsstrategien in den Abschnitten 3, 4C und 4D.

4 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 *JENAER RECHENTEST 2*

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir haben insgesamt 19. **Davon bekomme ich zwölf.** **Wie viele bekommst du?**	8 8+8+16 Dann rechne ich (+3) den verliebten der 8-2 und dann immer –	☐ spontane, sichere Lösung ☐ gezählt / versucht Strategien zu nutzen ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	
Wir haben insgesamt 13. **Davon bekomme ich acht.** **Wie viele bekommst du?**	3 2	☐ abgeleitete Lösung mit Bezug auf zehn ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	Verständnis von kardinalen Zahlbeziehungen bis 20 liegt vor: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wir haben insgesamt 13. **Davon bekomme ich sieben.** **Wie viele bekommst du?**		☐ abgeleitete Lösung mit Bezug auf zehn ☐ abgeleitete Lösung mit Bezug zur Voraufgabe ☐ Fasthalbierung/Fastverdopplung ☐ gezählt ☐ schriftliches Verfahren (mental oder notiert)	

Zusätzliche Beobachtungen: Versucht Strategien zu nutzen:
- verliebte Zahl

Verliert sich bei eigener Erklärung vollkommen!

5 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 *JENAER RECHENTEST 2*

2 Zahlen	B **Ordinaler Zahlbegriff, Wertgleichheit**

Lesen Sie dem Probanden die Aufgabe laut, bei Bedarf mehrfach, vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
An einer Straße stehen 100 Bäume. **Der zweite und der dreißigste Baum werden abgesägt.** **Wie viele Bäume bleiben noch stehen?**	100 – 30 = 70	☐ richtige Antwort	Kardinale Wertgleichheit der Ordinalzahlen erfasst: ☐ ja ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

6 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 *JENAER RECHENTEST 2*

3 Zahlordnungen		A Seriation der natürlichen Zahlen	
Sagen Sie dem Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf."			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
13 – 12 =	13 – 10 = 3 3 – 2 = 1	☐ spontane, sichere Lösung ☒ algorithmisches Vorgehen ☐ gezählt	Seriationslogik zur Differenzbestimmung genutzt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
21 – 19 = 1		☐ spontane, sichere Lösung ☐ algorithmisches Vorgehen ☒ gezählt	

Zusätzliche Beobachtungen:

7 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 *JENAER RECHENTEST 2*

3 Zahlordnungen		B Verständnis des dekadisches Bündelungssystems	
Lesen Sie dem Probanden die Aufgabe laut, bei Bedarf mehrfach, vor.			
Aufgaben	Antworten/Beobachtungen		Kompetenzbewertungen
Aus wie vielen Einern besteht 23?	2 Einer		Wissen über die dekadische Bündelungsstruktur liegt vor: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wie viele Einer sind in drei Zehnern gebündelt?	10 – 30		

3 Zahlordnungen		C Ableiten mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen	
Lesen Sie dem Probanden die Aufgabe laut, bei Bedarf mehrfach, vor.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wie groß ist der Unterschied von 19 und 39?	2 Zehner	☒ sichere Lösung mit Bezug auf die dekadische Struktur ☐ algorithmisches Vorgehen	Stellenwertbezug erfolgt: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein
Wie groß ist der Unterschied von 49 und 44?	49 hat 4 Zahlen mehr	☐ sichere Lösung mit Bezug auf die dekadische Struktur ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

8 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

3 Zahlordnungen		D **Transfer mit Hilfe von Stellenwertbeziehungen**	
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." Wenn der Proband die Aufgabe 7 + 8 falsch löst, geben Sie ihm bitte die richtige Lösung vor. Falls beim Lösen von 17 + 8 kein stellenwertbezogener Transfer um zehn erfolgt, gehen Sie zur nächsten Aufgabe über.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
7 + 8 = 15			Stellenwertbezogene Transfers durchgeführt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „Sieben plus acht ist 15. Wie viel ist dann 17 plus acht?"			
17 + 8 = 25	8 = 5 + 3	☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☒ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „17 plus acht ist 25. Wie viel ist dann 17 plus 38?"			
17 + 38 = 48	30 + 10 = 39 7 + 8 = 15 45	☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen: Nutzt Kommutativität

9 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." Wenn der Proband die Aufgabe 42 – 7 falsch löst, geben Sie ihm bitte die richtige Lösung vor. Falls beim Lösen von 42 – 17 kein stellenwertbezogener Transfer um zehn erfolgt, gehen Sie zum nächsten Kapitel über.			
Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
42 – 7 =	35		Stellenwertbezogene Transfers durchgeführt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „42 minus sieben ist 35. Wie viel ist dann 42 minus 17?"			
42 – 17 = Ich weiß, die hat eine 2 im Rucksack	42 - 2 1,0,98765	☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☒ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	
Wiederholen Sie: „42 minus 17 ist 25. Wie viel ist dann 52 minus 17?"			
~~**52 – 17 =**~~		☐ Zusammenhang zur vorherigen Aufgabe erkannt, Lösung abgeleitet ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	

Zusätzliche Beobachtungen:

10 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 — JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	A Operationslogik der Addition

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 2 + 4 = 6 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Rechengeschichte erzählen, die zur Aufgabe 2 + 4 = 6 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 2 + 4 = 6 gemeint?	2 ⚀⚀ 3 - ⚀⚀⚀ 3 - ⚀⚀⚀ 6+2 Hier sind 2 ⚀⚀, dann kommen noch 2 dazu und dann nochmal 2	Operationslogik der Addition verstanden: ☐ ja ☒ teilweise ☐ nein

4 Rechenoperationen	B Operationslogik der Subtraktion

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 6 – 4 = 2 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Rechengeschichte erzählen, die zur Aufgabe 6 – 4 = 2 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 6 – 4 = 2 gemeint?	⚀⚀ ⚀⚀ ⚀⚀ ⚀⚀ ⚀⚀ } Dann hat du 10 Du musst 8 wegnehmen, damit 2 übrig bleiben	Operationslogik der Subtraktion verstanden: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

11 — Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 — JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	C Zusammenhang von Addition und Subtraktion

Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf."

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
14 + 9 =		☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☒ gezählt ☐ nicht dekadisch strukturiertes Vorgehen	Dekadische Struktur effektiv genutzt: ☒ ja ☐ nein
Wiederholen oder korrigieren Sie: „14 plus neun ist 23. Wie viel ist 23 minus neun?"			
23 – 9 = 14		☒ Lösung durch Operationsumkehrung ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	Operationsumkehrung erkannt: ☒ ja ☐ nein
30 – 18 = 2 — verliebte Zahl	(30)	☐ dekadisch strukturiertes Rechnen ☐ gezählt ☐ nicht dekadisch strukturiertes Vorgehen	Dekadische Struktur effektiv genutzt: ☐ ja ☒ nein
Wiederholen Sie oder korrigieren: „30 minus 18 ist 12. Wie viel ist 12 plus 18?"			
12 + 18 = 30		☐ Lösung durch Operationsumkehrung ☐ gezählt ☐ algorithmisches Vorgehen	Operationsumkehrung erkannt: ☒ ja ☐ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

12 — Version: 18.11.2013

Die Seite 13 wurde mit Jona nicht bearbeitet.

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	E **Operationslogik der Multiplikation**

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 3 • 4 = 12 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Rechengeschichte erzählen, die zur Aufgabe 3 • 4 = 12 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 3 • 4 = 12 gemeint?	□□□ □□□□ Zusammen = 7 7-1 = 6 6+6=12	Operationslogik der Multiplikation verstanden: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

14 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	F **Multiplikation, kleines Einmaleins**

Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." (Variieren Sie die Aufgaben ggf. abhängig vom Stand des Unterrichts.)

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
4 • 6 =	6·6=36 30	☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ Lösung durch Faktorenzerlegung ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	Automatisiertes Reproduzieren der Malfolgen: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
~~**6 • 7 =**~~ 4·5	Hier ist noch nicht klar, ob 4er oder 5er, 5, 10,	☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ Lösung durch Faktorenzerlegung ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	
8 • 9 =		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ Lösung durch Faktorenzerlegung ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	
7 • 8 =		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ Lösung durch Faktorenzerlegung ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	
8 • 8 =		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ Lösung durch Faktorenzerlegung ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	

Zusätzliche Beobachtungen: Beherrscht einzelne Ergebnisse automatisiert (6·6=36) und kann einzelne Reihen (5er, 2er, 10er) hochzählen

15 Version: 18.11.2013

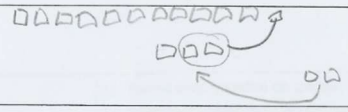
Die Seite 16 wurde mit Jona nicht bearbeitet.

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	H Operationslogik der Division

Legen Sie alle Würfel vor den Probanden. Stellen Sie dem Probanden folgende Aufgabe:
„Stell dir vor, du bist der Lehrer und erklärst, was mit 12 : 3 = 4 gemeint ist. Erkläre das mit Hilfe der Würfel."
Falls keine Mengenhandlung mit den Würfeln erfolgt, fragen Sie weiter: „Kannst du eine Rechengeschichte erzählen, die zur Aufgabe 12 : 3 = 4 passt?"

Aufgaben	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Was ist mit 12 : 3 = 4 gemeint?		Operationslogik der Division verstanden: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein

Zusätzliche Beobachtungen:

17 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	I Division, Bezug zur Multiplikation

Lesen Sie die Aufgabe laut, bei Bedarf mehrmals vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Wir verteilen Bonbons an sechs Kinder. Jedes Kind erhält acht Bonbons. Wie viele Bonbons wurden insgesamt verteilt?		☐ Lösung durch Multiplikation 6 • 8 ☐ Probieren oder Raten	Bezug zur Multiplikation erfolgt: ☐ ja ☐ nein
Bitten Sie den Probanden: „Löse die folgenden Aufgaben im Kopf." (Variieren Sie die Aufgaben ggf. abhängig vom Stand des Unterrichts.)			
35 : 7 =		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ abgeleitete Lösung durch Multiplikation ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	Automatisiertes Reproduzieren der Malfolgen zur Lösung von Divisionen: ☐ ja ☐ teilweise ☐ nein
42 : 6 =		☐ sicher aus dem Gedächtnis ☐ abgeleitete Lösung durch Multiplikation ☐ Lösung durch Aufsagen der Reihen	

Zusätzliche Beobachtungen:

18 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	J **Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen**

Präsentieren Sie dem Probanden Teil 1 des Arbeitsblattes zum Kapitel 4 J. Stellen Sie jeweils folgende Fragen mit Pausen zu deren Beantwortung: „Welche Frage passt zu der Aufgabe?" und „Welche Zahl kommt in das Kästchen?" Notieren Sie die Antworten des Probanden. 4 J

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
□ – 27 = 19		☐ sachgerechte Fragestellung und sachgerechtes Vorgehen ☐ schematischer Lösungsweg (z. B. unverstandene Regel: „Bei minus immer plus, also 27 + 19." oder 27 – 19)	Teile-Ganzes-Konzept in Subtraktionsgleichungen erfasst: ☐ ja ☐ teilweise ☐ nein
48 = 77 – □		☐ sachgerechte Fragestellung und sachgerechtes Vorgehen ☐ schematischer Lösungsweg (z. B. unverstandene Regel: „Hier bei minus immer minus, also 77 - 48." oder 77 + 48)	
29 = □ – 71		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	

Notieren Sie die Antworten des Probanden.

□ – 27 = 19 9 **48 = 77 – □** **29 = □ – 71** 61

Fragen/Rechenaufgaben:

Lösungswege/Begründungen:

19 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

4 Rechenoperationen	J **Funktionen und Beziehungen von Zahlen in Gleichungen**

Präsentieren Sie dem Probanden Teil 2 des Arbeitsblattes zum Kapitel 4 J.
Bitten Sie den Probanden: „Ergänze die fehlenden Zahlen und Rechenzeichen." 4 J

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
9 • 9 = 100 – □ 81 81		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☒ sachunlogischer Lösungsweg	Wertgleichheit beider Gleichungsseiten wird hergestellt: ☐ ja ☐ teilweise ☒ nein
37 + 15 = 7 • □ + 3		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	
63 : □ = 11 – 2		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	
7 ○ 7 = 50 ○ 1		☐ sachlogische Lösungsstrategie ☐ sachunlogischer Lösungsweg	

Zusätzliche Beobachtungen:

20 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013 JENAER RECHENTEST 2

5 Sachaufgaben

Lesen Sie dem Probanden die nachfolgenden Aufgaben einzeln, bei Bedarf mehrfach, vor.

Aufgaben	Antworten	Beobachtungen	Kompetenzbewertungen
Du tauschst 3 Euro in 10-Cent-Münzen. Wie viele Münzen erhältst du?	13 Münzen Mein Bild zur Erklärung: 1€ 2€ Das willst du in 10 Cent-Münzen tauschen. 10ct	☐ sachgerechter Lösungsansatz ☐ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☒ nein
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☒ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☐ ja ☒ nein
Eine drei Meter lange Holzleiste wird in Stücke zersägt. Jedes der Stücke ist 100 cm lang. Wie viele Stücke erhält man?		☐ sachgerechter Lösungsansatz ☐ Probieren oder Raten	Entwicklung eines sachgerechten Lösungsansatzes ☐ ja ☐ nein
		☐ sicheres Operieren mit den Maßeinheiten ☐ Probieren oder Raten	Wissen um die spezifischen Zusammenhänge der Maßeinheiten wird korrekt angewendet ☐ ja ☐ nein

21 Version: 18.11.2013

Die Seiten 22, 25 und 26 wurden mit Jona nicht bearbeitet. Die Auswertungsseiten 23 und 24 erscheinen bereits im Fließtext (S. 98).

JRT 2/2013 JENAER RECHENTEST 2

JENAER RECHENTEST 2 – Arbeitsblatt 4 J/Teil 1

$\boxed{9} - 27 = 19$

$48 = 77 - \boxed{}$

$29 = \boxed{61} - 71$

27 Version: 18.11.2013

JRT 2/2013

JENAER RECHENTEST 2

JENAER RECHENTEST 2 – Arbeitsblatt 4 J/Teil 2

9	•	9	=	100	–	81		
37	+	15	=	7	•	☐	+	3
63	:	☐	=	11	–	2		
7	◯	7	=	50	◯	1		

28

Version: 18.11.2013

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel „**Lösungsprozessanalytische Diagnostik bei Rechenschwäche – Chancen und Möglichkeiten in Abgrenzung zur normstichprobenorientierten Diagnostik.“** selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß übernommenen Textstellen als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen. Die Versicherung gilt auch für beigefügte Zeichnungen, Skizzen oder graphische Darstellungen.

Ebenfalls erkläre ich, dass ich noch keine Bachelor- oder Masterthesis in der gleichen oder einer vergleichbaren Studienrichtung endgültig nicht bestanden habe oder mich in einem laufenden Prüfungsverfahren befinde.

Dem ausgedruckten Text habe ich einen Datenträger mit der digitalisierten Version der Arbeit beigefügt.

Durch meine Unterschrift bestätige ich, dass die Datenschutzverordnung (EU-DSGVO) vom 27.04.2016 – insbesondere bei personenbezogenen Daten – in der vorliegenden Arbeit eingehalten wurde.

Ort, Datum Unterschrift